

Il mercato del lavoro nei modelli stocastici di crescita: Applicazioni per l'Italia.

Francesco Busato
Columbia University

Bruno Chiarini
Universita' di Napoli, Parthenope

February 19, 2002

Abstract

Scopo di questa rassegna è fornire una descrizione analitica del modello base di equilibrio economico generale dinamico e di alcuni recenti sviluppi che hanno incorporato elementi caratteristici del mercato del lavoro Italiano ed Europeo. I risultati ottenuti con le simulazioni sono confrontati con il modello base nella soluzione dei puzzles più rilevanti del mercato del lavoro e degli aggregati macroeconomici per l'economia italiana. Concludiamo la analisi delineando alcuni possibili sviluppi rispetto al comportamento delle imprese.

Classificazione J.E.L. : E30, J00.

Parole chiave: Equilibrio economico general dinamico, Mercato del Lavoro.

Vogliamo ringraziare due referee per i suggerimenti forniti su una precedente versione di questo paper. Un ulteriore ringraziamento va a John Donaldson che ha condotto instancabili discussioni con gli autori sui vari aspetti teorici ed empirici riportati in questo lavoro.

Il mercato del lavoro nei modelli stocastici di crescita: Applicazioni per l'Italia.¹

Abstract

Scopo di questa rassegna è fornire una descrizione analitica del modello base di equilibrio economico generale dinamico e di alcuni recenti sviluppi che hanno incorporato elementi caratteristici del mercato del lavoro Italiano ed Europeo. I risultati ottenuti con le simulazioni sono confrontati con il modello base nella soluzione dei puzzles più rilevanti del mercato del lavoro e degli aggregati macroeconomici per l'economia italiana. Concludiamo la analisi delineando alcuni possibili sviluppi rispetto al comportamento delle imprese.

Classificazione J.E.L. : E30, J00.

Parole chiave: Equilibrio economico general dinamico, Mercato del Lavoro.

¹Vogliamo ringraziare due referee per i suggerimenti forniti su una precedente versione di questo paper. Un ulteriore ringraziamento va a John Donaldson che ha condotto instancabili discussioni con gli autori sui vari aspetti teorici ed empirici riportati in questo lavoro.

Labour Market and Stochastic Growth Models: Simulations for Italy. A Survey.²

Abstract

The dynamic general equilibrium model is one of the dominant macroeconomic framework and one of the most used mode of business analysis within the neoclassical thought. This article surveys a great deal of debate and some adjustments used by the literature to force the model's equilibrium to be Pareto suboptimal, and present a collection of results obtained with real business cycle models constructed and calibrated for the Italian economy, focusing on labour market features. A detailed introduction shows the standard framework defined by Prescott and Merha (1980), while the rest of the paper includes some developments of this scheme applied to the Italian economy, providing simulation results and a comparative assessment of the strengths and weaknesses of the models. Some new recent developments and extensions of the standard framework, particularly interesting for building and simulating artificial economies are discussed at the end of the paper.

Journal of Economic Literature Classification Numbers: E30, J00.

Keywords: Dynamic General Equilibrium Model, Mercato del Lavoro.

²Vogliamo ringraziare due referee per i suggerimenti forniti su una precedente versione di questo paper. Un ulteriore ringraziamento va a John Donaldson che ha condotto instancabili discussioni con gli autori sui vari aspetti teorici ed empirici riportati in questo lavoro.

1 Introduzione

Scopo di questa rassegna è fornire una descrizione analitica del modello di equilibrio economico generale dinamico e di alcuni sviluppi non-Walrasiani relativi al mercato del lavoro.³ L' inserimento di caratteristiche istituzionali e di alcune rigidità presenti in questo mercato, è inteso a migliorare lo schema teorico di analisi e la sua capacità previsiva delle fluttuazioni cicliche. Ciò avviene definendo dei momenti statistici per le serie filtrate e generate da una economia artificiale, e confrontando i risultati con i momenti statistici dell'economia reale (i fatti stilizzati).

Il lavoro inizia con la presentazione teorica del modello neoclassico stocastico di crescita e la descrizione di un'economia decentralizzata, specificando le risorse, le tecnologie e le preferenze dinamiche dei soggetti coinvolti. I comportamenti ricavati dalle loro massimizzazioni sono utilizzati per caratterizzare l'equilibrio del modello e con esso la coerenza aggregata dei comportamenti. Successivamente, verrà mostrato come l'inserimento di aspetti non concorrenziali o istituzionali muti lo schema di analisi di questa economia artificiale, definendo un'economia le cui soluzioni di equilibrio non sono più Pareto ottime e permettendo di formulare interessanti domande di carattere normativo e sulla dinamica dei fenomeni macroeconomici.

Questi aspetti sono analizzati con l'ausilio di alcune simulazioni di modelli costruiti per replicare le caratteristiche dell'economia italiana. Incorporando nello schema tradizionale alcune rigidità sulla determinazione della domanda di lavoro e sul prezzo dell'input lavoro, e una struttura settoriale e istituzionale che permette di catturare alcuni elementi dell'economia informale, si mostra come questi sviluppi siano capaci di migliorare le *performances* empiriche di questa classe di modelli. I risultati ottenuti con le simulazioni sono confrontati con il modello stocastico di crescita standard, indirizzando l'attenzione alla soluzione di alcuni *puzzles* rilevanti del mercato del lavoro e degli aggregati macroeconomici. Nella rassegna vengono infine individuati gli sviluppi più promettenti dalla letteratura per estendere ulteriormente lo schema di analisi.

Il lavoro è definito nel seguente modo. La Sezione 2 introduce alcune caratteristiche cicliche dei maggiori aggregati del mercato del lavoro e di altre variabili macroeconomiche italiane. La Sezione 3 presenta un'esposizione formale del modello base di equilibrio economico generale dinamico con le formulazioni delle preferenze, la soluzione analitica del modello, la calibrazione dei parametri e la soluzione numerica. La Sezione 4 descrive alcuni sviluppi recenti indirizzati all'analisi delle fluttuazioni aggregate italiane. La Sezione 5 indica alcune linee di ricerca, che risultano particolarmente promettenti nello schema definito per l'economia italiana. Alcune conclusioni chiudono il lavoro.

³Tra le varie rassegne sui modelli dinamici di equilibrio economico generale, si veda Stadler (1994), alcuni saggi contenuti in Cooley (1995) e King e Rebelo (1999). La presente rassegna si contraddistingue per due aspetti. Primo, il lavoro è indirizzato alle applicazioni sul mercato del lavoro e attuate con modelli per l'economia italiana. Secondo, il lavoro considera alcune recenti estensioni intese sia a limitare alcuni inconvenienti dei modelli di riferimento che ad estendere il loro framework di analisi.

2 Proprietà' Cicliche del Mercato del Lavoro Italiano

Nella teoria del ciclo economico l'input lavoro riveste un'importanza primaria. Agli inizi degli anni '80, Fynn Kydland, Edward Prescott ed altri economisti hanno avanzato l'ipotesi che il modello di equilibrio economico generale dinamico possa essere impiegato per studiare le fluttuazioni aggregate dell'economia statunitense.⁴ Nell'ambito di questo schema, negli anni '80 la letteratura ha sottolineato come le forze che determinano l'equilibrio del mercato del lavoro (risorse, tecnologia, preferenze e struttura dei mercati) risultano determinanti nella spiegazione dell'equilibrio macroeconomico e delle fluttuazioni dei maggiori aggregati economici.

Stime approssimative, ma piuttosto comuni per la maggior parte dei paesi industrializzati, attribuiscono i movimenti del ciclo economico per due terzi al fattore lavoro e per il rimanente un-terzo alle variazioni di tecnologia (Hansen e Wright 1992; Kydland, 1995). In questo contesto, per analizzare le fluttuazioni economiche risulta indispensabile capire le fluttuazioni aggregate del mercato del lavoro le cui determinanti poggiano sulla specificazione della funzione di produzione, sulla disponibilità di risorse iniziali, sulla struttura del mercato del lavoro stesso, e sui parametri che caratterizzano le preferenze degli individui.

2.1 Regolarità' Empiriche

La Tabella 1 presenta alcune caratteristiche cicliche dell'economia italiana, basate su dati trimestrali dell'Istat nel periodo 1970:1-1998:3.⁵

TABELLA 1: PROPRIETA' CICLICHE DELL'ECONOMIA ITALIANA

variabile	y	c	x	n	
$\frac{variabile}{variabile}$	1.46	1.24	3.70	1.39	2.78
$\frac{variabile}{y}$	1.00	0.85	2.53	0.95	1.90
$(y, variabile)$	1.00	0.80	0.78	0.63	0.36
$(n, variabile)$					0.19

Note: Nella tabella, y rappresenta l'output aggregato, c il consumo aggregato, x l'investimento aggregato, n l'occupazione e $\frac{variabile}{variabile}$ la produttività del lavoro nell'industria. Infine $(variabile, y)$ rappresenta la correlazione tra y e la variabile coinvolta, $\frac{variabile}{variabile}$ e' la *standard deviation*. Fonte: Elaborazioni su dati Istat

Dalla tavola emergono alcune caratteristiche riguardo le fluttuazioni cicliche, molte delle quali generalizzabili a quelle espresse dalle serie storiche degli aggregati degli altri paesi europei:

1. L'occupazione mostra una volatilità vicina a quella del prodotto, $\frac{n}{y} = 0.95$;

⁴Si veda Kydland e Prescott (1982), Prescott (1986), Long e Plosser (1983), King, Plosser e Rebelo (1988) e l'introduzione di Plosser (1989).

⁵I momenti statistici e le correlazioni sono ottenuti con le serie filtrate con il filtro Hodrick- Prescott (1997). Sulle regolarità del ciclo nei vari paesi si veda anche Danthine e Donaldson (1993), Fiorito e Kollintzas, (1994), e i saggi contenuti in Henin (1995).

2. L'occupazione è prociclica $(y, n) = 0.63$, ma non tanto quanto quella registrata negli Stati Uniti (spesso vicino a 0.90);
3. La produttività del lavoro non è altamente prociclica: il co-movimento della produttività del lavoro con il prodotto è piuttosto moderato, $(y, \pi) = 0.36$;
4. L'occupazione e la produttività mostrano una correlazione positiva ma piuttosto piccola, $(n, \pi) = 0.19$;
5. La produttività del lavoro fluttua quasi il doppio di quanto fluttua l'output, $\pi / y = 1.90$;
6. Il consumo ed il flusso di investimenti sono correlati positivamente con l'output, precisamente $(y, c) = 0.80$ e $(y, x) = 0.78$;
7. Il consumo mostra una volatilità inferiore a quella dell'output, $c / y = 0.85$, mentre l'investimento fluttua oltre due volte l'output, $x / y = 2.53$;

Come premesso, la teoria del ciclo di equilibrio asserisce che il modello classico dell'equilibrio del mercato del lavoro può risultare un utile strumento per interpretare queste fluttuazioni. L'agenda di ricerca degli ultimi 10-15 anni è stata improntata allo sviluppo di questa classe di modelli, al fine di sviluppare lo schema di analisi teorica e di migliorarne le *performances* empiriche.

Nelle sezioni seguenti presentiamo la versione base del modello di crescita stocastico neoclassico e ne analizziamo le implicazioni teoriche ed empiriche, con particolare attenzione al mercato del lavoro. Vedremo come le prime versioni del modello neoclassico presentano alcune incoerenze rispetto ai dati relativi al mercato del lavoro italiano. A questo fine presentiamo alcuni schemi teorici che arricchiscono il modello, introducendo aspetti caratteristici del mercato del lavoro italiano ed europeo. Questi "elementi" non Walrasiani fanno perdere la caratteristica di ottimalità nel senso di Pareto allo schema base, e introducono interessanti aspetti di carattere normativo. In questi casi si parla di *non optimal economies*, le cui caratteristiche sono comunque cruciali per l'abilità del modello di replicare adeguatamente il l'insieme dei fatti stilizzati del ciclo economico sopra descritti.⁶

3 Il Modello Base

In questa sezione presentiamo sinteticamente la struttura del modello neoclassico stocastico di crescita (*stochastic growth model*), anche indicato come modello di ciclo di equilibrio o di ciclo reale (*real business cycle*). È opportuno ricordare che quando valgono entrambi i teoremi dell'economia del benessere, lo schema neoclassico può essere descritto sia come un problema

⁶É altresí importante ricordare che questo schema di analisi si sta di ondensando in Italia solo negli ultimi anni. Per questa ragione la rassegna della letteratura che presentiamo nelle pagine successive prende in considerazione un limitato numeri di modelli.

di ottimizzazione attribuito al *Benevolent Social Planner*, sia come un equilibrio competitivo, coerente con la massimizzazione di una funzione di utilità da parte dei consumatori e una funzione di profitto da parte delle imprese.⁷

Nella sezione seguente concentriamo la nostra attenzione direttamente sullo schema di decentralizzazione più comune (secondo Prescott e Mehra, 1980 e Brock, 1982).⁸ Più precisamente, il primo paragrafo focalizza l'attenzione sulla formalizzazione teorica e sul concetto di equilibrio, nel secondo vengono riportati alcuni aspetti metodologici impiegati nelle verifiche empiriche dei modelli di crescita stocastici. Infine verranno confrontate le serie generate dal modello con quelle empiricamente rilevate per l'economia italiana, rivolgendo una particolare attenzione al mercato del lavoro.

3.1 La Struttura del Modello

Assumiamo che l'economia sia popolata da un numero finito di imprese e famiglie. Ogni impresa ha vita uniperiodale e produce, in ogni periodo, un bene omogeneo che vende ai consumatori-investitori-lavoratori appartenenti alle famiglie⁹. Questi ultimi scelgono quanta parte consumarne e quanta allocarne a risparmio, noleggiando lo stock di capitale, accresciuto dall'investimento e attuato ad inizio periodo, alle imprese stesse. Per non complicare la trattazione del modello base, non consideriamo la presenza del Settore Pubblico ed assumiamo che il sistema sia chiuso agli scambi con l'estero¹⁰.

3.1.1 Le Famiglie

Supponiamo che esistano n famiglie, distribuite uniformemente sull'intervallo unitario. La i -esima famiglia, dove $i \in [0, 1]$ e $i \in \mathcal{I}_t$, massimizza il valore atteso della seguente funzione di utilità, $E(\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c(s_t), 1 - n(s_t)) | \mathcal{I}_t)$, condizionata al insieme informativo al tempo t , \mathcal{I}_t . Il parametro β rappresenta il fattore di sconto intertemporale delle famiglie, $c(s_t)$ il livello di consumo e $n(s_t)$ l'ammontare di ore lavorate. Entrambi sono definiti come funzione delle variabili di stato dell'economia, ovvero $s_t = [k_t, \epsilon_t]$, dove k_t rappresenta lo stock di capitale e ϵ_t uno shock esogeno che rappresenta la produttività dei fattori di produzione.

⁷Tecnicamente parlando, risolvendo il problema del Planner si ottengono le quantità di equilibrio per le variabili di controllo e di stato, mentre decentralizzando il problema sulla base del secondo teorema dell'Economia del Benessere, otteniamo i prezzi delle stesse (precisamente, prezzi dei beni meno uno, salari e tassi di interessi)

⁸Vedremo nella Sezione 4 come una buona parte di formulazioni relative al mercato del lavoro si configurano come economie non ottimali (*non optimal economies*). Si veda ad esempio, Danthine e Donaldson (1990;1995;2001). Non valendo in questi casi il Secondo Teorema dell'Economia del Benessere, si studia direttamente il comportamento dell'economia decentrata. Per confrontare i più recenti sviluppi con il modello base, è conveniente presentare la versione decentralizzata dello stesso.

⁹La decentralizzazione secondo Prescott e Mehra (1980) presenta alcuni aspetti insoddisfacenti, in particolare modo riguardo la rappresentazione uniperiodale delle imprese. Di recente Danthine e Donaldson (2001) hanno proposto schemi di decentralizzazione in cui le imprese hanno una "vita più lunga". Una aspetto che riprenderemo nella Sezione 5.

¹⁰In altre parole, potremmo trattare il modello descritto nella seguente sezione come un problema Pareto ottimale, e quindi studiare il problema del Pianificatore sociale. Per avere un benchmark con cui comparare i modelli descritti nella Sezione 4 presentiamo la versione decentralizzata secondo Prescott e Mehra (1980).

Il problema di ottimo è vincolato al rispetto di un vincolo di bilancio $p_c(s_t)c(s_t) + p_z(s_t)z(s_t) = p_n(s_t)n(s_t) + p_k(s_t)k_t$, dove $p_c(s_t)$ rappresenta il prezzo del bene di consumo, $p_z(s_t)$ il prezzo del flusso di investimenti, $p_n(s_t)$ il prezzo del fattore lavoro e $p_k(s_t)$ dello stock di capitale. Infine, la dinamica di accumulazione dello stock di capitale è descritta dal seguente processo $k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + z(s_t)$, dove $\delta \in (0, 1)$ rappresenta il tasso di deprezzamento del capitale, e $z(s_t)$ il flusso di investimenti al tempo t .

Per trovare una soluzione al problema del consumatore rappresentativo, è necessario specificare una forma funzionale delle preferenze dei consumatori. Una larga parte della letteratura, a partire da King, Plosser e Rebelo (1988), utilizza una funzione di tipo CRRA (*constant relative risk aversion* o a elasticità di sostituzione intertemporale costante), separabile nel consumo e tempo libero, ad esempio $u(c(s_t), 1 - n(s_t)) = \frac{c(s_t)^{1-\eta} (1-n(s_t))^\eta}{1-\eta}$ ¹¹. Si noti che la funzione $u(c(s_t), 1 - n(s_t))$ può anche essere ristretta ad una particolare forma, ad esempio $\ln c(s_t) - \frac{n(s_t)^{1+\eta}}{1+\eta}$ ¹².

Data la struttura ricorsiva dell'economia, il problema di ottimizzazione intertemporale del consumatore viene trattato come un problema di programmazione dinamica (tra la letteratura si veda Stokey and Lucas, 1987; Harris, 1985; Sargent 1987; Ljungqvist e Sargent 2000). Avremo dunque la seguente *value function*:

$$\begin{aligned}
 V(k_t, K_t, t) &= \max_{n(s_t), z(s_t)} u(c(s_t), 1 - n(s_t)) + \int V(k_{t+1}, K_{t+1}, t+1) dF(t+1, t) \\
 \text{s.to} &: p_c(s_t)c(s_t) + p_z(s_t)z(s_t) = p_n(s_t)n(s_t) + p_k(s_t)k_t \\
 &: k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + z(s_t)
 \end{aligned}$$

Assumiamo che la *value function* esista, che sia differenziabile, e che le funzioni di utilità e di produzione siano *well behaved*¹³. In questo caso la soluzione al problema di massimizzazione intertemporale del consumatore è completamente caratterizzato dalle condizioni di primo ordine (che risultano dunque necessarie e sufficienti) rispetto a $n(s_t)$ (equazione 2), e dalla equazione di Eulero (equazione 3).

¹¹Come sottolineano King, Plosser e Rebelo (1988), questa forma funzionale assicura la coerenza con uno stato stazionario di crescita bilanciata.

¹²Questa classe di funzioni di utilità permette di riflettere preferenze compatibili con la crescita dello stato stazionario. Vedremo in seguito come la struttura e le implicazioni del modello cambiano significativamente al variare della funzione di utilità. Questo rappresenta forse il *twist* sul modello maggiormente utilizzato nella letteratura degli ultimi anni.

¹³Perché il problema di ottimizzazione intertemporale sia ben definito, la funzione obiettivo deve soddisfare le seguenti condizioni (see Stokey and Lucas, 1989): (i) il fattore intertemporale di sconto delle famiglie deve appartenere all'intervallo unitario $(0, 1)$, la funzione obiettivo deve essere (ii) continua (iii) e strettamente crescente.

$$n(s_t) : 0 = u_1(c(s_t), 1 - n(s_t)) p_n(s_t) - u_2(c(s_t), 1 - n(s_t)) \quad (2)$$

$$z(s_t) : 0 = u_1(c(s_t), 1 - n(s_t)) + \int u_1(c(s_{t+1}), 1 - n(s_{t+1})) (p_k(s_{t+1}) + (1 - \delta)) dF(s_{t+1}, s_t) \quad (3)$$

In particolare, la (2) definisce l'uguaglianza intra-temporale tra la pendenza della curva di indifferenza del consumatore e il prodotto marginale del lavoro. La seconda condizione, equazione (3), ha invece un carattere intertemporale, e stabilisce l'uguaglianza tra l'utilità cui il consumatore rinuncia per allocare una unità addizionale di bene per il consumo futuro (lato sinistro dell'eq.) e il guadagno in termini di utilità attesa che questa riallocazione temporale determina. L'utilità marginale attesa è scontata per il fattore di preferenza intertemporale e moltiplicata per il rendimento addizionale inerente all'uso delle risorse nella produzione futura.

3.1.2 Le Imprese

Assumiamo che esistano F imprese, distribuite uniformemente sull'intervallo unitario. Seguendo Prescott e Mehra (1980), assumiamo che l'impresa f , con $f \in [0, 1]$ e $f \in F$, abbia vita uniperiodale, ed utilizzi una funzione di produzione neoclassica, come per esempio $y_t(s_t) = f_t(k^f(s_t), n^f(s_t))$, dove f_t rappresenta il progresso tecnologico, $k^f(s_t)$ lo stock di capitale fisico e $n^f(s_t)$ l'ammontare di lavoro utilizzato nella produzione. Di norma la letteratura sull'equilibrio economico generale dinamico, utilizza una funzione di produzione Cobb-Douglas. Ci sono diverse ragioni per utilizzare queste particolari restrizioni. In particolar modo, una funzione di produzione Cobb-Douglas approssima bene il fatto che la quota del prodotto attribuito al fattore lavoro (e quindi al fattore capitale) rimane sostanzialmente costante nel tempo; una proprietà in linea con i dati di molte economie (si veda ad esempio Cooley, 1995; Prescott 1998).

Il progresso tecnologico è specificato come un processo AR(1), $f_t = \rho f_{t-1} + \epsilon_t$, dove ϵ_t rappresenta una innovazione e $\rho \in (0, 1)$.¹⁴ Quest'ultimo ha assunto una importanza particolare nella letteratura, e di norma viene stimato/calibrato utilizzando il residuo di Solow (1957). Nel paragrafo 3.2.3 sono riportate alcune misure del residuo di Solow per l'economia italiana.

L'impresa f massimizza, periodo per periodo, il suo profitto definito come la differenza tra i ricavi, $p_c(s_t) c^f(s_t) + p_z(s_t) z^f(s_t)$, ed i costi di produzione, $p_n(s_t) n^f(s_t) + p_k(s_t) k^f(s_t)$. L'impresa fronteggia il vincolo tecnologico: $f_t(k^f(s_t), n^f(s_t)) = c^f(s_t) + z^f(s_t)$. In altre parole, in una economia chiusa la somma di consumo ed investimento non può eccedere la produzione complessiva. Possiamo dunque riscrivere il processo di ottimizzazione dell'impresa f come segue:

¹⁴Un'ottima discussione sui parametri e gli effetti di trasmissione dello shock di produttività definito in termini di processo AR(1) è in King e Rebelo (1999).

$$\begin{aligned} & \max_{n^f(s_t), k^f} p_c(s_t) c^f(s_t) + p_z(s_t) z^f(s_t) - p_n(s_t) n^f(s_t) - p_k(s_t) k^f(s_t) \\ \text{s.to} : & \quad 0 = f(k^f(s_t), n^f(s_t)) - c^f(s_t) - z^f(s_t) \end{aligned}$$

Data la omogeneità delle imprese e dei beni, prodotti e consumati, possiamo normalizzare i prezzi di questi ultimi: avremo $p_c(s_t) = p_z(s_t) = 1$. Riscrivendo dunque il problema di ottimizzazione sopra presentato, deriviamo le condizioni di primo ordine, necessarie e sufficienti.

$$n^f(s_t) : 0 = f_2(k^f(s_t), n^f(s_t)) - p_n(s_t) \quad (4)$$

$$k^f(s_t) : 0 = f_1(k^f(s_t), n^f(s_t)) - p_k(s_t) \quad (5)$$

3.1.3 Recursive Competitive Equilibrium

Fino a questo punto abbiamo analizzato separatamente il comportamento degli agenti economici che popolano il sistema economico. La letteratura sull'Equilibrio Economico Generale è ricca di definizioni e concetti di equilibrio (per esempio Debreu, 1954). In questa sezione utilizziamo il concetto di *Recursive Competitive Equilibrium*, come presentato in Prescott e Mehra (1980) per descrivere il comportamento di consumatori-lavoratori-investitori ed imprese.¹⁵

Definizione 1 *Un Recursive Competitive Equilibrium (RCE) per l'economia sopra descritta è composto da:*

1. un insieme di funzioni di prezzo continue, $p_c(k_t, K_t, t) : \mathbb{R}_2^+ \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, $p_z(k_t, K_t, t) : \mathbb{R}_2^+ \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, $p_k(k_t, K_t, t) : \mathbb{R}_2^+ \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ dove k_t e t sono definite come sopra, e K_t indica lo stock aggregato di capitale,
2. una value function $V(k_t, K_t, t) : \mathbb{R}_3^+ \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ continua e
3. un insieme di policy functions $c(k_t, K_t, t) : \mathbb{R}_3^+ \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, $n(k_t, K_t, t) : \mathbb{R}_3^+ \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, $z(k_t, K_t, t) : \mathbb{R}_3^+ \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ anch'esse continue.

Tali che:

1. i consumatori-lavoratori-investitori massimizzano la loro funzione di utilità ai prezzi correnti, e dunque $c(k_t, K_t, t)$, $n(k_t, K_t, t)$, $z(k_t, K_t, t)$ risolvono le condizioni (2) e (3);
2. le imprese massimizzano i profitti, ovvero le condizioni (5) e (4) sono soddisfatte;

¹⁵Su questo concetto di equilibrio si veda Harris (1987), Stokey e Lucas (1989) e Hansen e Prescott (1995).

3. *market clearing conditions sono soddisfatte per ogni mercato. In dettaglio abbiamo che:*

$$\text{per il fattore lavoro, } \int n(k_t, K_t, t) d f = \int n^f(k_t, t) d f = n(k_t, K_t, t) N_t$$

$$\text{per i beni di consumo, } \int c(k_t, K_t, t) d f = \int c^f(k_t, t) d f = c(k_t, K_t, t) C_t$$

$$\text{per i flussi di investimento, } \int z(k_t, K_t, t) d f = \int z^f(k_t, t) d f = z(k_t, K_t, t) Z_t$$

$$\text{per lo stock di capitale fisico, } \int k(k_t, K_t, t) d f = \int k^f(k_t, t) d f = k(k_t, K_t, t) K_t$$

Concludiamo con un teorema di esistenza dell'equilibrio:

Teorema 1 *Un Recursive Competitive Equilibrium esiste.*

Proof. si veda Prescott e Mehra (1980) ■

3.2 Soluzioni Numeriche e Calibration

3.2.1 Soluzione Numeriche

Risolvere analiticamente il modello stocastico di crescita del tipo ora presentato è spesso impossibile in quanto presenta una natura non lineare. Esistono infatti pochi e ben noti casi (Stokey e Lucas, 1989 oppure Sargent, 1987) in cui è possibile ottenere soluzioni in forma chiusa e policy functions *with pencil and paper*. Sintenticamente, per risolvere numericamente questa classe di modelli si possono seguire due approcci, il primo basato sulla log-linearizzazione del modello (si vedano tra i molti King, Plosser e Rebelo, 1988; Campbell, 1994; Blanchard e Kahn, 1980),¹⁶ il secondo sulla approssimazione diretta dello stato-spazio del modello (Tauchen, 1990 Tauchen e Hussey, 1991 oppure Baxter et al., 1990). Entrambi i metodi sono efficienti, anche se il secondo ha fondamenta teoriche più solide, sebbene esso presenti limiti computazionali al crescere delle dimensioni del modello (più precisamente, al crescere del numero delle variabili di stato e di controllo). La letteratura è alquanto vasta, ed una rassegna della stessa non rientra tra gli obiettivi del presente lavoro. Per completezza si rimanda a Judd (1998) e Marimon e Scott (1999) che rappresentano rassegne complete e aggiornate dello stato attuale dell'arte.

3.2.2 Calibration

Una volta specificate le forme funzionali per l'utilità istantanea e la tecnologia produttiva, occorre attribuire dei valori ai parametri che le compongono. Quindi, la quota di lavoro in termini di prodotto, il grado di avversione al rischio, l'intensità di deprezzamento dello stock di capitale, il coefficiente di persistenza dello shock tecnologico e la sua dimensione, e diversi altri parametri che definiscono l'economia devono essere calibrati.

L'approccio più comune nella letteratura in esame è rappresentato dalla calibrazione (*model calibration*).¹⁷ In grande sintesi, calibrare un modello significa assegnare ai parametri di una

¹⁶Ottime introduzioni sono quelle di Uhlig (1999) e Farmer (1993).

¹⁷La letteratura è vasta ed in continua evoluzione. Si vedano, ad esempio, i lavori contenuti in Cooley (1995); Canova (1994, 1999); Canova ed Ortega (1995); Kydland e Prescott (1996); Hansen e Heckman (1996). Un'introduzione alla calibrazione dei modelli è quella di Cooley (1997) e Favero e Mazzoli (2001).

economia artificiale, come quella descritta in questa sezione, un valore specifico ottenuto con informazioni diverse, quali stime econometriche con serie storiche o stime ottenute con microdati delle relazioni di interesse, fatti stilizzati, o valori ripresi da altri studi specifici. L'obiettivo è quello di riprodurre le caratteristiche di lungo periodo dell'economia per poi studiarne le deviazioni cicliche dallo stato stazionario. E' utile sottolineare che la calibrazione del modello non è semplicemente rivolta a mimare il più fedelmente possibile le serie reali (i fatti stilizzati), ma anche ad identificare il processo che genera queste serie. In altre parole, i fatti osservati e rappresentati dalle serie storiche costituiscono una possibile realizzazione del modello specificato e calibrato (Prescott 1998).

I valori per i parametri possono essere ottenuti facendo ricorso a tre tipi di informazioni.

In primo luogo, si può ricorrere ai dati esistenti e alla struttura del modello (delle funzioni ristrette). Ad esempio, con la misura del tasso di crescita della popolazione attiva e del tasso di crescita dell'output pro-capite si possono ottenere alcuni parametri rilevanti. La quota di capitale e di lavoro in termini di output può essere ottenuta dall'utilizzo di serie storiche o stimando una funzione di produzione. Ulteriori parametri sono scelti in modo tale che il sentiero di crescita bilanciata riproduca alcune caratteristiche misurabili di lungo periodo dell'economia. Dalle condizioni di primo ordine del consumatore è facile ricavare le implicazioni richieste dal modello in termini di tasso di deprezzamento, tasso di sconto e peso attribuito al tempo libero (e di riflesso al lavoro) nella funzione di utilità. Questi parametri sono funzione di alcuni rapporti tra aggregati di lungo periodo facilmente misurabili, quali il rapporto tra investimenti e capitale, il rapporto tra capitale e output e il rapporto tra output e consumo. Informazioni che possono essere recuperate facilmente e formulate in termini di cadenze temporali diverse.

Alcuni parametri relativi ai comportamenti del mercato del lavoro possono essere ricavati con informazioni provenienti da lavori econometrici ed in particolare da stime microeconomiche sull'offerta di lavoro. Analisi micro sull'allocazione del tempo disponibile delle famiglie per diverse caratteristiche, spesso permettono di restringere in maniera significativa il valore di questi parametri. Alla definizione di questo genere di parametri è assoggettata anche la letteratura che produce stime campionarie sulle preferenze e/o sulla propensione al rischio degli individui coinvolti. Tuttavia è opportuno sottolineare come la costruzione di una economia artificiale sia sempre indirizzata alla soluzione di particolari quesiti economici. Utilizzare lo stesso insieme (o una parte di esso) di parametri per rispondere a domande diverse in schemi (contesti economici e relative definizioni di equilibrio) diversi può non essere appropriato per le caratteristiche particolari e spesso non generalizzabili di tali schemi (Kydland e Prescott 1996; Cooley 1997).

Infine, è importante definire i parametri relativi al processo che genera gli shocks. Per gli shock di produttività, la letteratura sin dal lavoro di Prescott (1986) ha fatto ricorso al residuo di Solow come approssimazione della variazione tecnologica, definita dalla differenza

tra le variazioni degli input di produzione e quella dell'output. Alla definizione e stima di questo residuo è dedicato il paragrafo successivo mentre per un'ottima trattazione sulle implicazioni sugli effetti economica e sulla capacità di propagazione del ciclo della componente autoregressiva del residuo (persistenza) e della grandezza della *standard deviation* del processo (le innovazioni) si veda King e Rebelo (1999). Altri tipi di shock stocastici (consumi pubblici; varie forme di tassazione), utilizzati da questi modelli per generare cicli sono definiti nei loro parametri essenzialmente dalle loro caratteristiche istituzionali (tipologia delle scelte distorsive, e meccanismo di trasmissione), economiche (rapporto dell'aggregato con l'output nello stato stazionario) e statistiche (proprietà delle serie storiche).

3.2.3 IL Residuo di Solow

Gli shock di produttività esogeni assumono un ruolo centrale e controverso nella teoria del ciclo economico reale. A partire da Prescott (1986), gli impulsi della produttività aggregata sono in larga parte misurati come una variazione nella produttività totale dei fattori. Il residuo di Solow (1957) è normalmente utilizzato per calcolare questo shock di produttività, nell'ipotesi di rendimenti costanti di scala, mercati concorrenziali dei beni e piena utilizzazione della capacità produttiva.¹⁸

Per derivare il residuo, si utilizza una funzione di produzione Cobb-Douglas, $y_t = A_t(k(s_t))^\alpha (n(s_t))^{1-\alpha}$, dove $y(s_t)$ misura l'output, $n(s_t)$ il numero dei lavoratori in unità di lavoro e ettime, $k(s_t)$ lo stock di capitale e A_t il progresso tecnico nella forma di crescita della produttività totale dei fattori. Applicando una trasformazione logaritmica, e risolvendo per $\ln A_t$, otteniamo il residuo di Solow, cioè $\ln A_t = \ln y(s_t) - \alpha \ln k(s_t) - (1 - \alpha) \ln n(s_t)$.

Si noti che la funzione di produzione è stimata con l'ipotesi di pieno utilizzo dei fattori di produzione. In realtà durante il ciclo l'utilizzo dei fattori può variare. Il fattore lavoro è soggetto al fenomeno del *labor hoarding*, per cui si tende a mantenere un'eccesso di occupati da utilizzare in fasi più espansive, mentre il capitale può non essere sempre completamente utilizzato nella misura in cui gli impianti e i macchinari non producono al loro massimo possibile. In questo caso il residuo di Solow, come definito sopra, non rappresenta una buona stima dell'incremento della produttività totale. Modificando opportunamente la funzione di produzione Cobb-Douglas per tener conto della capacità utilizzata del fattore capitale otteniamo,

$$y_t = A_t [c u_t \times k(s_t)]^\alpha [l h_t \times n(s_t)]^{1-\alpha}$$

¹⁸Esiste un ampio dibattito sul residuo di Solow come misura corretta delle variazioni della tecnologia. In particolare nel caso in cui l'economia presenti fenomeni diversi come labor hording, concorrenza imperfetta e vari errori di misurazione nelle variabili coinvolte. Si veda ad esempio, Hall (1986), (1990); Nevill e Ramey, (2002). Inoltre, l'analisi teorica e l'evidenza empirica suggeriscono che diversi altri fattori, oltre agli shock tecnologici, possano incidere sull'economia sia dal lato dell'offerta che da quello della domanda. Si veda su questo punto Chiarini e Piselli (2000b) e i lavori citati in questo articolo.

dove cu_t rappresenta la quota di capacità utilizzata del fattore capitale, mentre lh_t il grado di utilizzo del fattore lavoro. Applicando la stessa trasformazione sopra descritta, si ricava:

$$\ln \hat{y}_t = \ln \hat{y}_t + \ln cu_t + (1 - \alpha) \ln lh_t$$

La difficoltà nello stimare l'eccesso di fattore lavoro ha indotto a concentrare la correzione sul grado di utilizzo del fattore capitale (tra gli altri, Otto 1999, Burnside et al.1995). In questo caso si calcola il residuo di Solow corretto (RSU):

$$RSU_t = \log y(s_t) - \log(cu_t k(s_t)) - (1 - \alpha) \log n(s_t)$$

Figura 1: Residuo di Solow trimestrale nell'industria.

La Figura 1, confronta per l'economia italiana, le serie del residuo di Solow (RS) e del residuo corretto per il grado di utilizzo degli impianti (RSU) dal 1970 alla seconda metà degli anni '90. La Figura 2 riporta la componente stazionaria del residuo di Solow (RSU), ottenuta con l'applicazione del filtro Hodrick-Prescott (1997).

Figura 2: Residuo di Solow: componente ciclica, filtro H-P.

Una caratteristica importante, che emerge dalla figura, è come nel primo periodo esaminato le deviazioni dal trend siano altamente persistenti e con ampie oscillazioni, mentre, successivamente, il residuo di Solow riporta deviazioni più brevi e meno intense. Queste semplici considerazioni lasciano intuire che il residuo di Solow può riflettere in realtà una moltitudine di altri fenomeni, tra cui fattori di carattere istituzionale, legislativo o fattori che costituiscono delle barriere alla propagazione dell'innovazione tecnologica (si veda ad esempio le problematiche espresse su questi temi, seppur in contesti di analisi diversi, da Hansen e Prescott 1993, Parente e Prescott 1994 e Parente 1995). Un' indicazione di come altri elementi, oltre all'innovazione tecnologica, possano incidere sulla produttività dei fattori nel caso italiano è in Chiarini e Piselli (2000b).

3.3 Il Mercato del Lavoro nel Modello di Equilibrio Generale

Il comportamento del consumatore-lavoratore-investitore si basa sulle condizioni di primo ordine, equazioni (3) e (2). Analogamente, l'impresa fonda il suo comportamento sulle equazioni (4) e (5). In Equilibrio (Definizione 1), il consumatore rappresentativo definisce il suo tasso di sostituzione tra tempo libero e consumo uguale al salario reale (uguale alla produttività marginale del lavoro) e pone in relazione dinamica la crescita del consumo con il tasso di remunerazione del capitale.

Per capire il funzionamento del mercato del lavoro, supponiamo che il sistema sia investito da uno shock tecnologico positivo (Figura 3).

Figura 3: Il Mercato del Lavoro nel Modello Base

Uno *shock* tecnologico positivo aumenta il prodotto marginale del capitale e del lavoro. L'incremento della produttività del capitale crea un incentivo all'aumento degli investimenti e genera, in questo modo, una sostituzione intertemporale tra consumo corrente per consumo futuro. L'aumento della produttività del lavoro crea una sostituzione di tempo libero con consumo corrente e futuro. L'impatto netto causa una più elevata remunerazione di capitale e lavoro e un più elevato livello di consumo, investimento e sforzo del lavoro e prodotto.

Dunque, uno shock positivo sulla produttività sposta la domanda di lavoro verso destra, lungo la curva di offerta di lavoro, causando un incremento di occupazione e salari. L'aumento di produttività permette alle imprese di pagare salari più elevati. La figura mostra che l'effetto su salari e occupazione dovuto allo shock di produttività dipende dalla pendenza della curva di offerta di lavoro (Lucas e Rapping, 1969). Le due diverse curve di offerta disegnate nella figura, una rigida (poco elastica) ed una sostanzialmente piatta (molto elastica) riflettono il grado di sostituzione intertemporale tra consumo e tempo libero. Una funzione molto elastica, indica un agente più disposto ad effettuare una sostituzione intertemporale dell'offerta di lavoro e, quindi, più incline a sfruttare lo shock di produttività con un'ampia variazione di lavoro relativamente a quella del salario (punto B nella Figura 3).

3.4 "Fallimenti Empirici" e Puzzles

Il modello dinamico di equilibrio economico generale presentato sopra, produce nelle applicazioni effettuate per la maggior parte dei paesi OECD, una serie di incoerenze tra le proprietà delle serie generate con lo stesso ed i dati reali (si vedano, le rassegne di Stadler 1994; Harthey, Hoover e Salyer 1998; King e Rebelo 1999). Di seguito prenderemo in considerazione alcuni aspetti problematici legati direttamente al mercato del lavoro, indicati dalla letteratura come l'*employment volatility puzzle*, il *productivity puzzle*, ed il *puzzle* legato alla bassa volatilità del consumo rispetto al reddito.

L'*employment volatility puzzle* si riferisce all'incapacità dei modelli stocastici di crescita di generare una volatilità della serie dell'occupazione coerente con i dati. Tecnicamente parlando, questo fallimento è riconducibile alla convessità della funzione di utilità rispetto al tempo libero, e di conseguenza al lavoro.

Il *productivity puzzle* riguarda la correlazione positiva tra l'occupazione ed il salario generata dai modelli di ciclo di equilibrio. In altre parole il modello implica che nelle fase di espansione la produttività del lavoro e quindi il salario cresce quasi al pari dell'output. In realtà (si veda la Tabella 1), la correlazione tra queste due variabili è piuttosto bassa.

Infine, per quanto riguarda il *consumption volatility puzzle*, il problema sta nella "bassa volatilità" della serie del consumo generata dal modello. La scelta della funzione di utilità (e quindi della relazione tra consumo e tempo libero) è determinante nel caratterizzare la

volatilità del consumo. Per esempio, è noto che funzioni di utilità della classe CRRA o HARA (*Hyperbolic Absolute Risk Aversion*) impongono una sostituzione intratemporale troppo costosa tra consumo e tempo libero, generando di fatto la bassa volatilità di cui sopra. *Consumption smoothing* e avversione al rischio sono direttamente legati dalla nozione di utilità marginale decrescente, una caratteristica della pendenza di queste funzioni. La riduzione dell'utilità marginale implica che le deviazioni del consumo da un livello medio fisso, diminuiscono piuttosto che aumentare l'utilità, riducendo l'importanza delle deviazioni positive rispetto al costo prodotto dalle deviazioni negative.

Nelle sezione seguente prendiamo in esame alcune estensioni del modello neoclassico applicate all'economia italiana. Tali sviluppi arricchiscono l'analisi del mercato del lavoro inserendo aspetti strutturali che caratterizzano il mercato del lavoro europeo ed offrono interessanti spunti di ricerca.

4 Sviluppi Recenti per l'Economia Italiana

Una prima specificazione e simulazione del modello stocastico di crescita per l'economia italiana è stata effettuata da Censolo e Onofri (1993). Il modello non fornisce una buona approssimazione delle fluttuazioni cicliche ed in particolare fallisce nel mimare i fatti stilizzati del mercato del lavoro. Benchè capace di riprodurre la persistenza delle serie coinvolte, le correlazioni tra salario e output, tra occupazione (ore-lavoro nel modello di Censolo e Onofri) e output e tra salario e occupazione non riescono a replicare i dati nell'intensità e, negli ultimi due casi, anche nel segno delle correlazioni. Le correlazioni tra le serie artificiali dell'occupazione e dei salari con la serie artificiale dell'output, sensibilmente più elevate di quanto si osservi è del resto un risultato standard dei modelli di ciclo reale, ed è sostanzialmente dovuto all'incapacità del solo shock di produttività di muovere, nel contesto definito nella sezione 3, anche la curva di offerta di lavoro. In appresso analizziamo in dettaglio queste caratteristiche con un schema teorico standard dove però l'evidenza empirica ha portato ad una riformulazione del fattore lavoro nella funzione di utilità del consumatore.

Lo schema teorico utilizzato più di frequente come *benchmark* nell'ambito degli studi sul mercato del lavoro è il modello di Hansen (1985). Ne presentiamo sinteticamente la struttura e ne commentiamo poi le *performances* rispetto al mercato del lavoro italiano. A seguire discutiamo le conseguenze dell'introduzione di un sindacato sviluppato da Chiarini e Piselli (2000a) e Mazzoli (2000). Consideriamo poi un modello a due settori, uno dei quali rappresenta l'economia sommersa in presenza di tassazione distorsiva (Busato e Chiarini, 2001).

Per ogni categoria di modelli ci soffermiamo sulle differenze rispetto al modello standard, mettendo in risalto gli elementi cruciali che li caratterizzano ed analizzandone le relative *performances* empiriche.

4.1 "Indivisible Labor"

Circa l'80% delle fluttuazioni dell'input lavoro sono dovute a occupati che abbandonano ed entrano nel processo produttivo piuttosto che a variazioni delle ore lavorate. A questo proposito Hansen (1985), formalizza l'idea basata sul lavoro di Rogerson (1984; 1988) di offerta di lavoro indivisibile. In questo caso, la scelta dell'individuo si riduce a lavorare un certo numero fisso di ore giornaliere o non lavorare affatto (cioè rimanere disoccupato). Coerentemente l'impresa offre agli individui un contratto di lavoro che contempla per l'individuo anche una probabilità di rimanere (o meglio, scegliere di rimanere) disoccupato, sebbene il contratto dell'impresa garantisca (assicuri) comunque una retribuzione a chi non lavora pari a quella ricevuta da chi lavora. Una estrazione casuale permette di definire chi lavora e chi rimane disoccupato (e anche di risolvere un problema tecnico per la scelta dell'individuo divenuta non-convessa). La situazione è caratterizzata da individui che si assicurano l'uno con l'altro per poter fronteggiare le conseguenze casuali di rimanere disoccupati. In altre parole si introduce un meccanismo di *risk sharing*.

Il modello di Hansen (1985) si propone di migliorare il modello base lungo due dimensioni, aumentando la volatilità delle ore lavorative aggregate, ed introducendo nel modello flussi di entrata ed uscita dal mercato del lavoro. Per incorporare questi fatti stilizzati, Hansen assume, come premesso, che il lavoratore possa scegliere di lavorare un numero fisso di ore, n_0 , oppure rimanere disoccupato. La struttura del modello di Hansen (1985) è simile a quella presentata nella Sezione 3, fatta eccezione per la forma funzionale della funzione di utilità istantanea dei lavoratori, $u(c(s_t), 1 - n_0) = \log c(s_t) + B \log(1 - n_0)$. La particolarità dello schema di Hansen risiede nello sfruttare sapientemente l'*expected utility representation* secondo Von-Neuman e Morgenstern della funzione di cui sopra. L'utilità attesa del consumatore è infatti:

$$u(c(s_t), 1 - n_0) = \theta_t (\log c(s_t) + B \log(1 - n_0)) + (1 - \theta_t) \log c(s_t) \\ = \theta_t \log c(s_t) + \theta_t B \log(1 - n_0) + (1 - \theta_t) \log c(s_t)$$

dove tutte le variabili ed i parametri hanno il significato tradizionale. In altre parole, avremo che con probabilità θ_t il consumatore ha utilità $\log c(s_t) + B \log(1 - n_0)$, mentre con probabilità $1 - \theta_t$ ottiene $\log c(s_t)$. Tecnicamente parlando, il consumatore-lavoratore-investitore non sceglie l'ammontare di ore, ma la probabilità con cui può essere assunto, che indichiamo con θ_t . Le variabili di controllo sono dunque il consumo, gli investimenti e la probabilità di essere assunti, θ_t . L'effetto cruciale in questa trasformazione sta nel fatto che ora la funzione di utilità è lineare rispetto ad θ_t , pur essendo concava rispetto al tempo libero. Ci attendiamo dunque che il modello generi una più alta volatilità per il livello di occupazione. La Tabella 2 presenta la simulazione del modello di Hansen per l'economia italiana.

La simulazione mostra che la produttività del lavoro è altamente e positivamente correlata sia con l'occupazione che con l'output. Rispetto all'output, la variazione di produttività mostra

TABELLA 2: PROPRIETA' CICLICHE MERCATO DEL LAVORO ITALIANO: HANSEN (1985)

variabile	y	c	x	n	
<i>variabile</i>	1.45	0.29	3.44	1.27	0.29
<i>variabile</i> _{y}	1.00	0.20	2.37	0.88	0.20
$(y, \textit{variabile})$	1.00	0.67	0.99	0.99	0.67
$(n, \textit{variabile})$					0.99

Note: Nella tabella, y rappresenta l'output aggregato, c il consumo aggregato, x l'investimento aggregato, n l'occupazione ed infine la produttività del lavoro nell'industria. Infine $(\textit{variabile}, y)$ rappresenta la correlazione tra y e la variabile presa in considerazione, mentre *variabile* la *standard deviation* d della stessa. Fonti: Chiarini e Piselli, 2000a

una correlazione di 0.67, mentre la correlazione con l'occupazione è 0.99. I dati reali riportati nella Tabella 1, mettevano in risalto una correlazione positiva ma molto minore. Un ulteriore risultato interessante riguarda la correlazione output-produttività che risulta anch'essa moderata nei dati reali (0.36). La letteratura sul ciclo reale indica come causa principale di questo risultato, lo shock sulla produttività totale dei fattori. Altre caratteristiche del mercato del lavoro mostrano che il modello ha una buona performance riguardo il movimento prociclico dell'occupazione (0.99 la correlazione tra occupazione e output), anche se rimangono diversi aspetti insoddisfacenti. *In primis*, l'occupazione è meno volatile dell'output ($n/y = 0.88$), Occupazione e produttività mostrano una forte correlazione positiva (0.99), e la produttività del lavoro generata dal modello risulta inferiore di oltre quattro volte quella riscontrata per l'output ($n/y = 0.20$). Inoltre le simulazioni mostrano un più basso grado di persistenza per output e occupazione, e l'occupazione generata dal modello fluttua quattro volte le fluttuazioni relative alla produttività del lavoro ($n/y = 4.30$). Infine il modello è soggetto al *consumption volatility puzzle*. Queste evidenze indicano come il modello di Hansen migliori le performances empiriche del modello base rispetto alla volatilità del lavoro, mentre la performance dovrebbe essere migliorata in particolar modo rispetto alla volatilità del consumo (troppo bassa), della produttività del lavoro (anch'essa troppo bassa), e della correlazione tra lavoro e produttività'.

Ci si può domandare infine perché questi modelli richiedano un meccanismo di completa assicurazione contro il rischio di essere disoccupati. Intuitivamente, l'introduzione di una scelta dicotomica come lavorare o non-lavorare, implica che una economia concorrenziale non abbia più un equilibrio Pareto-efficiente. Dal momento che, in maniera casuale, alcuni individui non potranno lavorare, ci sarà disoccupazione involontaria, un fenomeno incoerente con l'equilibrio del mercato del lavoro della teoria classica. Viceversa, con completa assicurazione sul rischio-disoccupazione si ha una disoccupazione di equilibrio che permette di mantenere una definizione di equilibrio concorrenziale Pareto-efficiente. Mercati assicurativi e istituzioni sono meccanismi che nelle economie industrializzate provvedono ad assicurare il lavoratore contro il rischio di rimanere disoccupato, e il modello con lavoro indivisibile estremizza questa considerazione.

Possibili soluzioni ai problemi generati dalla simulazione di questo modello, possono essere

costituite dall'introduzione di ulteriori shocks capaci di spostare anche la curva di offerta di lavoro, e dalla specificazione di caratteristiche tali da avvicinare il modello alla realtà. Ad esempio, il ricorso alla spesa pubblica, o a rigidità nel mercato del lavoro con l'introduzione di un *reservation wage* o di contratti nominali, o anche l'introduzione della moneta e di settori paralleli a quello formale (*home production* e *underground economy*), rappresentano alcuni degli elementi e degli shock aggiuntivi che la letteratura ha utilizzato per ottenere considerevoli miglioramenti con modelli di ciclo reale. Tuttavia, l'introduzione di questi elementi produce caratteristiche diverse dall'equilibrio Walrasiano.¹⁹

4.2 Il Ruolo del Sindacato

Introduciamo ora nel modello presentato nella Sezione 3 due considerazioni innovative.

La prima consiste nell'incorporare nel mercato del lavoro, un ulteriore soggetto, il sindacato, postulando che sia, analogamente alle famiglie, una agente con vita infinita e che abbia come ordine di preferenze valori non negativi di sequenze di salario reale e occupazione.²⁰ Il sindacato rappresentativo massimizza una funzione di utilità continuamente differenziabile, concava e strettamente crescente nei suoi argomenti, salari e *reservation wage*. La sua funzione di utilità è crescente nel numero di iscritti al sindacato, mentre quest'ultima è endogenizzata in funzione dell'occupazione passata. Una funzione di questo tipo esprime le preferenze di un sindacato monopolista, un modello ben noto nella teoria tradizionale del mercato del lavoro con rigidità (ad esempio, la rassegna di Booth 1995).

La seconda innovazione, rispetto al modello base, è definire una funzione di utilità per le famiglie che rifletta il loro ordine di preferenza su sequenze di consumo e offerta di lavoro. Tuttavia in tal ambito il comportamento è più complesso di quello standard, in quanto è necessario introdurre una forma di eterogeneità capace di considerare due membri per ogni famiglia (lavoratori e disoccupati), e che permetta ai lavoratori, e perciò alle famiglie, di scegliere entrambi i margini (intensivo ed estensivo) della forza di lavoro.

Per presentare il comportamento sindacale nel contesto di equilibrio generale dinamico delineato in precedenza, possiamo seguire Chiarini e Piselli (2000a) o Mazzoli (2000). La differenza principale tra i due modelli risiede nella rappresentazione delle preferenze. I primi, reinterpretano lo schema suggerito da Cho e Rogerson (1988) o Cho e Cooley (1994) ed introducono una forma *semplice* ma coerente di eterogeneità tra consumatori nella famiglia rappresentativa e tra occupati e disoccupati nel sindacato. Il secondo si basa su una struttura delle preferenze più tradizionale. Per questa ragione, e per la possibilità di analizzare l'effetto di uno shock addizionale capace di spostare la curva di offerta di lavoro, nella esposizione della struttura del modello seguiamo Chiarini e Piselli (2000a), pur confrontando i punti cruciali

¹⁹Si veda, ad esempio, Christiano e Eichenbaum (1992), Braun (1994), McGrattan (1994), McGrattan et al (1997) Cooley e Hansen (1989), Benhabib, Rogerson e Wright (1991).

²⁰Schemi alternativi di decentralizzazione, particolarmente importanti in questo contesto caratterizzato da una economia non Pareto ottimale, saranno citati nell'ultima sezione del lavoro.

dei due approcci. Nella presentazione del modello seguiamo la stessa struttura ed utilizziamo, *mutatis mutandis*, la stessa notazione delle Sezione. 3.

4.2.1 Le Imprese

L'economia e' caratterizzata da un ampio numero di imprese che producono un bene omogeneo utilizzando la seguente funzione di produzione: $y(s_t) = \theta_t [k(s_t)]^\alpha [n(s_t)]^{1-\alpha}$ dove $k(s_t)$ e $n(s_t)$ denotano lo stock aggregato di capitale e l'occupazione, e θ_t indica uno shock aggregato comune alle imprese. Ogni impresa accumula capitale con la consueta equazione alle di erenze $k(s_{t+1}) = (1 - \delta)k(s_t) + x(s_t)$, con deprezzamento ($0 < \delta < 1$) e investimento aggregato $x(s_t)$. Dati i salari definiti dal sindacato, (w^u) l'impresa massimizza la seguente funzione di profitto:

$$\max_{k(s_t), n(s_t)} \theta_t [k(s_t)]^\alpha [n(s_t)]^{1-\alpha} - w_t^U n(s_t) - r_t k(s_t) \quad (4.1)$$

dove r_t è il rendimento del capitale.

4.2.2 Il Sindacato Monopolista

Il sindacato monopolista risolve un problema dinamico di ottimizzazione definendo un sentiero per il salario o , alternativamente, per l'occupazione. Il modello di riferimento è quello di Kidd e Oswald (1987), che utilizzano un meccanismo *closed-shop* per definire la dinamica della membership del sindacato: $m(s_{t+1}) = n(s_t)$. In equilibrio, questa regola permette di limitare le esternalità negative del monopolio in termini di occupazione.

In questo modello, si assume che il sindacato definisca in maniera unilaterale l'occupazione (o il salario) e che l'impresa reagisca di conseguenza operando sulla curva di domanda di lavoro. Le preferenze del sindacato sono espresse da una funzione utilitarista, $n(s_t)u(w_t) + (m(s_t) - n(s_t))u(b_t)$, dove $u(\cdot)$ è una funzione di utilità concava, $m(s_t)$ rappresenta lo stock della membership, $n(s_t)$ è una misura dell'occupazione, w_t è il salario medio dei lavoratori iscritti al sindacato, ed infine b_t definisce il salario di riserva ottenuto dagli occupati non-membri dei sindacati. Nel modello si assume, inoltre, che b_t , segua un processo stocastico *AR(1)* specificato come segue $b_{t+1} = (1 - \rho)b_t + \rho w_t + \epsilon_t$, e dove $0 < \rho < 1$ e ϵ_t è una variabile casuale con $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$. Dunque lo stato aggregato dell'economia, s_t , è definito come $s_t = (\theta_t, b_t, k_t)$. Inoltre, $w_t > b_t$. La funzione di preferenza del sindacato e i vincoli a cui è soggetta è specificata nel modo seguente,

$$\begin{aligned} & \max_{m(s_{t+1}), n(s_t)} E_t \sum_{j=0}^{\infty} \theta_t^j \left[n(s_t) \left(\frac{w_t^1}{1} \right) + (m(s_t) - n(s_t)) \left(\frac{b_t^1}{1} \right) \right] \\ & : \text{ s.t. } m(s_{t+1}) = n(s_t) \end{aligned}$$

dove il salario, in ogni periodo, trova una corrispondenza sulla curva di domanda di lavoro.²¹ Il modello dinamico della *membership* è particolarmente semplice e assume che il numero degli iscritti al sindacato nel periodo corrente è uguale al numero di occupati nel precedente periodo. In altri termini, tale specificazione definisce un *post-entry closed shop*, un modello dinamico usato nella teoria del sindacato, anch'essa se appare evidente il suo carattere non-microfondato.²² Inoltre, la funzione di utilità del sindacato permette di definire una sorta di assicurazione per i membri che rimangono disoccupati, con la garanzia di un flusso di reddito attribuito a ogni lavoratore disoccupato (il *reservation wage* o sussidi per i disoccupati).

4.2.3 La Famiglia Rappresentativa e l'Eterogeneità delle sue Componenti

Una importante caratteristica saliente del modello è la scomposizione dell'offerta di lavoro lungo due dimensioni. La prima rappresenta l'offerta di lavoro (*Arrow-Debreu event-contingent labor supplies*) che indichiamo con $e(s_t)$, in altri termini la proporzione della settimana lavorata in determinato periodo (mesi, trimestri), mentre la seconda $h(s_t)$, rappresenta le ore lavorate nella settimana. La scelta delle famiglie di $e(s_t)$ e $h(s_t)$ è vincolata dalla quantità aggregata di lavoro determinata dalla relazione tra imprese e sindacato nel mercato del lavoro: $n(s_t) = e(s_t)h(s_t)$, dove $n(s_t)$ rappresenta la sequenza di domanda di lavoro determinata dal sindacato (*Arrow-Debreu event-contingent union's labor demand*). L'introduzione di questa semplice forma di eterogeneità rende consistente la possibilità di definire un'economia in equilibrio con disoccupazione. In questo caso non si richiedono lotterie ma è la famiglia in presenza di un salario di riserva (sussidi alla disoccupazione) che funge da meccanismo di assicurazione. Diversamente, Mazzoli (2000), introduce un sindacato monopolista senza ricorrere a questa forma di eterogeneità. Sebbene i disoccupati ricevano dei sussidi in qualità del loro status, per "eliminare" la disoccupazione e l'abbandono dell'organizzazione sindacale, generata dal carattere monopolista del sindacato, l'autore assume che è il sindacato stesso che produce un meccanismo di re-distribuzione ex-post del reddito da lavoro tra tutti i membri del sindacato, indipendentemente dall'esito ottenuto in termini di domanda di lavoro. In questo caso è il sindacato che agisce come sostituto per *complete insurance markets*.

Tornando al modello di riferimento, si assume che ogni famiglia sia composta da due componenti che ne esplicitano l'eterogeneità in termini di lavoratori iscritti al sindacato e disoccupati, dove quest'ultimi percepiscono un reddito (un sussidio) inferiore, b_t , mentre i primi ottengono w_t e rappresentano l'unica componente dell'offerta di lavoro impiegata nel processo produttivo. Le preferenze delle famiglie sono rappresentate con la seguente funzione di utilità:²³

²¹Si noti che nella funzione di utilità è l'avversione al rischio relativa, definita come $[-u''(w)w]/u'(w)$. Se $= 0$, il sindacato è neutrale al rischio e la funzione è lineare.

²²Definizioni più realistiche di modelli di *membership* sono disponibili, ma in un contesto di equilibrio generale presuppongono una forma di eterogeneità che rende l'analisi intrattabile.

²³Sebbene il mercato del lavoro sia caratterizzato dal comportamento di un sindacato monopolista, il modello è incapace di fornire dati sulla disoccupazione. Con l'ausilio della famiglia rappresentativa e composta dai soggetti che lavorano e da quelli disoccupati, si possono trascurare effetti di redistribuzione interna, e avviare al problema della disoccupazione in quanto entrambi gli individui partecipano alla determinazione del vincolo

$$u(c(s_t), h(s_t), e(s_t)) = 2u(c(s_t)) - v(h(s_t))e(s_t) - \mu(e(s_t))$$

dove $h(s_t) = 1 - n(s_t)$ rappresenta le ore lavorate per periodo.²⁴ Il termine, $v(h(s_t))e(s_t)$, rappresenta la disutilità nel lavorare rispetto ad entrambe i margini, mentre il terzo termine $\mu(e(s_t))$, indica il costo associato specificamente allo sforzo. Nel contesto descritto tale costo può essere posto in relazione all'iscrizione o appartenenza al sindacato.²⁵ Come già accennato, nel selezionare i sentieri delle sue dimensioni del lavoro, la famiglia è vincolata dal lato della domanda di lavoro definita dal sindacato, $h(s_t) \times e(s_t) = n(s_t)$ e dal vincolo di bilancio opportunamente modificato, $2c(s_t) + k(s_{t+1}) = w_t h(s_t) e(s_t) + b_t(1 - h(s_t))e(s_t) + r_t k(s_t)$ ²⁶. In una versione del modello comprendente il vincolo di bilancio intertemporale del governo, il vincolo di bilancio della famiglia viene modificato dall'introduzione della copertura finanziaria dei sussidi alla disoccupazione.

4.2.4 Il Mercato del Lavoro con Sindacato

Consideriamo ora il funzionamento del mercato del lavoro in questo ambito. L'eterogeneità degli agenti e la presenza di sussidi di disoccupazione stocastici, permettono di migliorare le *performances* empiriche del modello base in modo significativo.

Sintetizzando, l'inclusione di agenti eterogenei e dei sussidi di disoccupazione ha tre implicazioni rilevanti. Primo, permette di definire un ruolo per la politica economica, sia con possibili interventi mirati a far fronte o evitare che parte dei lavoratori esca dal processo produttivo, sia con un vincolo di bilancio del governo per la copertura dei sussidi.²⁷ Secondo,

di bilancio.

²⁴

La funzione di utilità con le seguente forma,

$$U = U(c, e, h)$$

deve essere omogenea di grado $1 - r$ in c per garantire l'esistenza di un sentiero di crescita bilanciata. Questo implica che la funzione deve prendere la seguente forma:

$$U(c, e, h) = \frac{[cV(e, h)]^{1-r} - 1}{1-r}$$

La funzione riportata nel testo appartiene a questa classe ed è perciò consistente con la crescita bilanciata. Come $r \rightarrow 1$, ne consegue seguendo la regola dell'Hospital,

$$U(c, e, h) \rightarrow \log(c) + \log(V(e, h)).$$

²⁵Cho e Cooley (1994) forniscono alternative giustificazioni di questo costo in contesti diversi.

²⁶Si noti come le due dimensioni del lavoro non sono indipendenti e le fluttuazioni dell'aggregato occupazione non sono poste in relazione in questo modello alla sostituzione intertemporale del consumatore.

²⁷Una versione del modello è stata specificata e simulata con un bilancio del governo sempre in equilibrio e con imposte a somma fissa. I sussidi alla disoccupazione sono considerati esogeni nei modelli di sindacato. Di fatto in questi modelli del mercato del lavoro si considera, correttamente, che il sindacato non possa interferire sulla loro elargizione. Tuttavia in un modello di equilibrio economico generale, questa assunzione viene meno e una specificazione dei sussidi, legati in maniera diretta ai salari definiti dal sindacato, deve essere considerata.

permette di definire una funzione di utilità per la famiglia con due componenti, lavoratori e disoccupati. Una forma di eterogeneità risolta, comunque, dall'assunzione di preferenze identiche per il consumo per entrambi le componenti della famiglia²⁸. Terzo, e in questo il modello di Chiarini e Piselli si differenzia dal modello di Mazzoli che non specifica un processo stocastico per i benefits alla disoccupazione, permette di spostare verso l'esterno la curva di offerta di lavoro, rendendo meno problematica la correlazione positiva tra salario e occupazione (il *productivity puzzle*) tipica dei modelli le cui fluttuazioni cicliche sono caratterizzate dal solo shock di produttività sulla domanda di lavoro.

TABELLA 3: IL RUOLO DEL SINDACATO

variabile	y	c	x	n	
$variabile$	1.42	0.45	3.48	1.32	0.63
$\frac{variabile}{y}$	1.00	0.31	2.41	0.92	0.44
$(y, variabile)$	1.00	0.53	1.00	0.93	0.40
$(n, variabile)$					0.18

Note: Nella tabella, y rappresenta l'output aggregato, c il consumo aggregato, x l'investimento aggregato, n l'occupazione ed infine $\frac{variabile}{y}$ la produttività del lavoro nell'industria. Infine $(variabile, y)$ rappresenta la correlazione tra y e la variabile presa in considerazione, mentre $\frac{variabile}{y}$ la *standard deviation* d della stessa. Fonti: Chiarini e Piselli, 2000a

La Tabella 3 riporta i risultati ottenuti calibrando il modello nelle deviazioni dal suo stato stazionario e risolvendolo numericamente per 1000 volte. I valori riportati nella tabella sono costruiti sui valori medi delle serie artificiali ottenute con il modello. Confrontando i risultati ottenuti con le simulazioni del modello di Hansen e con i dati filtrati dell'economia reale, è facile constatare come l'inclusione del sindacato con eterogeneità permetta di risolvere in gran parte i problemi relativi ai *puzzles* del mercato del lavoro riscontrati nei modelli base. I valori simulati sono piuttosto simili ai valori osservati e marcatamente superiore ai dati generati dal modello di Hansen. Tuttavia, dalla tabella emerge anche che i problemi nel definire momenti statistici relativi al consumo (è bene ribadire, comunque, che le scelte di consumo nel modello sono indipendenti dalle scelte di lavoro) e alla produttività rimangono evidenti.

E' opportuno sottolineare che, sebbene gli individui componenti della famiglia consumino un ammontare identico di bene, tale contesto assicurativo è diverso da quello assunto nel modello standard con distribuzione del rischio (Hansen 1985). In questo modello non si assume, come in Hansen, che le imprese offrono contratti di lavoro (inclusivi di assicurazione per lo status di disoccupazione) che sono scambiati in maniera concorrenziale. La presenza del sindacato rende il mercato non concorrenziale e i salari sono più elevati dei sussidi ai disoccupati. Il sindacato, massimizzando la funzione utilitaristica sotto il vincolo della curva di domanda di lavoro è consapevole che il suo comportamento può causare un certo numero di disoccupati e, quindi, una riduzione della propria membership.

²⁸In termini più tecnici, questa assunzione permette di rimanere nel contesto dello schema logico di Arrow-Debreu.

Anche le simulazioni del modello con sindacato e attuate da Mazzoli (2000), che considera un periodo diverso (1982:1-1998:4), rivelano alcuni limiti, in particolare per la variabilità del consumo, altrettanto bassa di quella presentata nella tabella (0.49 contro 0.85 dei dati), mentre altri problemi emergono per la bassa variabilità della produttività (0.38 contro lo 0.82 dei dati). Tuttavia la marcata diserenza risiede nell'incapacità del modello di migliorare i *puzzles* del mercato del lavoro, la correlazione tra output e produttività e tra occupazione e produttività rimane altissima e pari, rispettivamente a 0.99 e 0.98 contro i dati statistici riportati da Mazzoli per il periodo citato di 0.59 e -0.36. Anche la correlazione tra output e occupazione contrasta in maniera rilevante, il modello genera una correlazione perfetta (1.0), mentre l'evidenza empirica nel periodo indica una correlazione pari a 0.3.

4.3 L'Economia Sommersa

Un aspetto di particolare importanza per il mercato del lavoro europeo, ed in particolar modo italiano, è rappresentato dalla economia sommersa. Come sottolineato da Schneider e Enste (2000), la dimensione media del settore sommerso nei paesi OECD, espresso in rapporto al Pil, è di circa il 16%; in Italia raggiunge circa il 27%. È necessario inoltre sottolineare che, pur esistendo differenti definizioni di economia sommersa in funzione della tecnica di misurazione, le stime e attuate con metodi differenti sono coerenti con quelle di Schneider e Enste (2000). L'aspetto più importante, dal punto di vista della presente analisi, è la correlazione del Pil sommerso rispetto al Pil di mercato: le due serie sono anticicliche nella maggior parte dei paesi considerati (Busato e Chiarini (2001)). Questa dinamica è particolarmente importante ed interessante, in quanto offre ai consumatori-investitori-lavoratori l'opportunità di assicurarsi contro le recessioni attraverso una appropriata allocazione del fattore lavoro nei due settori.

Esiste una ampia letteratura che studia il settore sommerso nei suoi diversi aspetti e implicazioni economiche e di stima.²⁹ Busato e Chiarini, nel loro lavoro incorporano il settore informale nello schema dinamico di equilibrio generale per investigare sulle fluttuazioni aggregate dell'economia. Di seguito presentiamo gli elementi cruciali di questo modello e confrontiamo in funzionamento del mercato del lavoro con l'approccio standard e quello di Hansen (1985). Gli aspetti chiave risiedono nella specificazione dell'insieme di produzione e delle preferenze.

4.3.1 Le imprese

Si considera un'economia con un bene omogeneo che può essere prodotto utilizzando due differenti tecnologie, una associata al settore ufficiale, ed una legata a quello sommerso. La definizione dell'output finale, prodotto nel settore di mercato, è $y_m^f(s_t) = \alpha_t [k^f(s_t)]^\alpha [n_m^f(s_t)]^{1-\alpha}$, mentre l'output prodotto nel settore sommerso è definito con $y_u^f(s_t) = \alpha_t [k^f(s_t)]^\alpha [n_u^f(s_t)]^{1-\alpha}$. Con α_t e α_t vengono indicati gli shock stocastici sulla produttività nei due settori. Si assume poi che ogni impresa allochi una quota, β_t^f , della sua domanda aggregata di lavoro, $N^f(s_t)$, al settore di

²⁹Si veda tra la vasta letteratura, Feige (1989), Thomas (1992; 1999) e i lavori citati nella rassegna di Schneider e Enste (2000).

mercato, cioè, $n_m^f(s_t) = \frac{f}{t} N^f(s_t)$. La quota rimanente, $(1 - \frac{f}{t})$, viene allocata nel settore sommerso, per cui avremo, $n_u^f(s_t) = (1 - \frac{f}{t}) N_t^f$. Gli autori, normalizzando N_t^f , e facendo ricorso ad alcuni risultati ottenuti da Lucas e Uzawa, dimostrano che le funzioni di produzione possono essere scritte nel seguente modo:

$$y_m^f(s_t) = \frac{f}{t} [k^f(s_t)] \left[\frac{f}{t} \right]^{-1} \quad \text{and} \quad y_u^f(s_t) = \frac{f}{t} (1 - \frac{f}{t}).$$

È importante sottolineare come l'output della impresa f sia prodotto utilizzando una combinazione lineare non degenera tra le due tecnologie di cui sopra³⁰. Di seguito si precisa la struttura dei ricavi delle imprese.

L'output prodotto nel settore di mercato, $y_m^f(s_t)$, è soggetto a tassazione con probabilità 1 con aliquota t_t ; per quanto riguarda i ricavi generati nel settore sommerso, il cui output è $y_u^f(s_t)$, le imprese possono essere scoperte e definite evasori fiscali, con probabilità p , e costrette a pagare un'imposta con una aliquota maggiorata di una sovratassa, $s > 1$. L'aliquota di tassazione t_t è definita come un processo stocastico AR(1).

Dato che le imprese utilizzando sempre entrambe le tecnologie, i profitti possono essere descritti come segue:

$$\begin{aligned} y_D^f(s_t) &= (1 - t_t) y_m^f(s_t) + (1 - s t_t) y_u^f(s_t) && \text{con probabilità } p \\ y_{ND}^f(s_t) &= (1 - t_t) y_m^f(s_t) + y_u^f(s_t) && \text{con probabilità } 1 - p, \end{aligned}$$

dove $y_D^f(s_t)$ rappresenta i ricavi quando l'impresa che produce nel settore sommerso è scoperta e quindi punita, mentre $y_{ND}^f(s_t)$ sono i ricavi quando l'attività sommersa dell'impresa non è scoperta. I ricavi totali sono infine calcolati prendendo le aspettative: precisamente, $E(y^f(s_t) | \mathcal{I}_t) = p \times y_D^f(s_t) + (1 - p) \times y_{ND}^f(s_t)$.

4.3.2 Le famiglie

Per quanto riguarda le famiglie, la seguente funzione di utilità riflette le preferenze dei consumatori-lavoratori-investitori³¹:

$$u[c(s_t), (s_t)] = \frac{[c(s_t)]^{1-q} - 1}{1-q} + h \frac{[(s_t)]^{1+\alpha}}{1+\alpha} [1 - (s_t)] + f \frac{[1 - (s_t)]^1}{1}.$$

La funzione di cui sopra permette di rappresentare coerentemente con i fatti stilizzati la allocazione della offerta di lavoro su due settori di produzione. Perché la funzione di utilità

³⁰ Proposition 1 in Busato e Chiarini (2001) mostra come in un equilibrio con aspettative razionali entrambe le tecnologie sono utilizzate nella produzione.

³¹ Precisamente, gli autori prendono spunto dallo schema formale proposto da Cho and Cooley (1994) e Cho and Rogerson (1988) e descritto nel paragrafo precedente.

sia ben definita, si assume che $h, f > 0$, $\alpha > 1$, $\beta \in (0, 1)$, che tutte le sue parti siano due volte differenziabili e *well behaved*. Il secondo termine, $h \frac{[1 - \beta(s_t)]^{1+\alpha}}{1+\alpha} [1 - \beta(s_t)]$, rappresenta la disutilità complessiva del lavoro, in entrambi i settori. Il terzo termine, $f \frac{[1 - \beta(s_t)]^{\alpha-1}}{1-\beta}$, può essere interpretato come un costo specifico relativo al prestare lavoro nel settore sommerso. In particolare, questo costo può essere associato alla mancanza di assicurazione sanitaria e sociale tipica del settore sommerso, o alla insicurezza psicologica del lavoratore stesso. Notate come la struttura della funzione di utilità sia simile a quella usata in Chiarini e Piselli (2000a), anche se nel modello in esame i consumatori aggiustano la loro offerta di lavoro nel settore di mercato, (s_t) , ed in quello sommerso, $1 - (s_t)$.

Il resto del modello è equivalente, *mutatis mutandis*, a quanto descritto nel modello base. Per ulteriori dettagli si rimanda al modello originale.

4.3.3 Il Mercato del Lavoro con un Settore Sommerso

Analizziamo ora come cambia il funzionamento del mercato del lavoro in questo modello a due settori, precisando che in questo modello ci si concentra sulla riallocazione della forza lavoro tra i due settori, per data domanda e offerta aggregata di lavoro. La Figura 4 rappresenta graficamente la struttura di questo mercato del lavoro.

Figura 4 Il Mercato del Lavoro con Economia Sommersa

È opportuno notare come in questo caso il mercato del lavoro sia composto da due coppie di funzioni di domanda ed offerta di lavoro: N_m^D e N_m^S per il settore ufficiale, ed N_u^D e N_u^S per quello sommerso. L'intersezione delle rispettive curve di offerta e di domanda di lavoro genera due distinti equilibri, uno per settore. Nella figura, sull'asse delle ordinate è riportato il salario reale al netto delle tasse, sebbene il trattamento fiscale del salario guadagnato nel settore ufficiale differisca da quello guadagnato nel settore sommerso e produca, quindi, un costo del lavoro lordo diverso. Le istituzioni di politica fiscale richiedono alle imprese che producono nel settore ufficiale, una componente aggiuntiva di salario per poter pagare prestazioni sanitarie, pensionistiche e sociali che non vengono garantite nel settore sommerso.

Nella Figura 4, si considera un aumento (shock) della produttività nel settore ufficiale. Il grafico mostra che la produttività del lavoro regolare cresce, e con essa la domanda di lavoro (N_m^D); ciò implica una crescita del salario, ed un aumento dell'offerta di lavoro nello stesso settore (N_m^S), *ceteris paribus*. La figura mostra un nuovo equilibrio (temporaneo o permanente in funzione delle caratteristiche dello shock) nel settore regolare, alla destra di quello iniziale e una simultanea riduzione dell'offerta di lavoro nel settore sommerso, il cui equilibrio si sposta verso sinistra.

Uno shock sulla produttività ha dunque un duplice effetto, espansivo nel settore in cui lo shock interviene, e recessivo nell'altro settore. Gli effetti aggregati sul Pil, sulla produttività totale dipendono dal peso relativo dei due settori e dalla interazione degli stessi. Un modello

con queste caratteristiche può, dunque, migliorare la performance nel replicare i fatti stilizzati del mercato del lavoro e del consumo. Come si può notare dalla Tabella 4, dove si riportano le simulazioni ottenute inserendo questa nuova struttura di produzione e preferenze, la performance del modello nel replicare i fatti migliora rispetto al modello standard.

TABELLA 4: L'ECONOMIA SOMMERSA

variable	y_m	y_u	y_{tot}	c	x	n	
<i>variable</i>	2.07	1.94	1.45	1.17	9.63	1.60	2.90
	(0.22)	(0.25)	(0.14)	(0.25)	(0.05)	(0.13)	(0.07)
<u><i>variable</i></u>	1.86	1.33	1.00	0.80	6.64	1.10	2.00
$\frac{y_{tot}}{(y_{tot}, variable)}$	0.95	-0.96	1.00	0.69	0.98	0.73	0.08
	(0.01)	(0.01)	-	(0.11)	(0.01)	(0.13)	(0.04)
$(n, variable)$	-	-					0.04
							(0.16)

Note: Nella tabella, y rappresenta l'output aggregato, c il consumo aggregato, x l'investimento aggregato, n l'occupazione ed infine la produttività del lavoro nell'industria. Infine $(variable, y)$ rappresenta la correlazione tra y e la variabile presa in considerazione, mentre $variable$ la *standard deviation* della stessa. Fonti Busato e Chiarini, 2001

Il modello replica con successo i momenti relativi al comportamento del consumo e al *productivity puzzle*. Particolare interessante è il netto miglioramento rispetto agli altri modelli presentati, ottenuto per la volatilità della produttività del lavoro: $\sigma_y = 2.90$ e $\sigma_{y_{tot}} = 2.0$, con i rispettivi valori reali definiti dalle serie storiche di 2.78 e 1.90. E' altresì necessario sottolineare come esistono ulteriori margini di miglioramento, specialmente lungo la dimensione del mercato del lavoro e la volatilità degli investimenti.

5 Ulteriori Sviluppi del Modello Base: Indeterminacy e Imprese Intertemporali Lungimiranti

Premesso che sviluppi del modello standard di equilibrio economico generale dinamico hanno interessato tutti i campi, in questa sezione ci concentreremo su alcune estensioni che potrebbero risultare particolarmente interessanti per il mercato del lavoro italiano.³² In particolare si prenderanno in considerazione i modelli con esternalità ed indeterminacy (Benhabib e Farmer, 1999) ed uno schema alternativo a quello proposto da Mehra e Prescott (1980) per decentralizzare un problema Pareto ottimale come equilibrio competitivo. Queste estensioni ci appaiono particolarmente promettenti per migliorare il modello standard per l'economia italiana sulle linee definite nella sezione precedente.

³²Tra le estensioni significative del modello standard, è opportuno ricordare il ruolo della moneta, dei mercati delle *assets* reali e finanziarie, l'introduzione delle problematiche relative agli intermediari finanziari e a quelle organizzative (*team production*).

5.1 Indeterminacy

Una letteratura crescente analizza gli effetti e le implicazioni dell'inserimento dei rendimenti crescenti di scala nei modelli di ciclo reale. La ricerca intrapresa da Benhabib e Farmer (1994, 1996), Farmer e Guo (1994) e Farmer e Woodford (1997), pone in evidenza come la presenza di esternalità produttive e di condizioni di monopolio determinino rendimenti crescenti: una situazione in cui le forze che agiscono per ottenere le allocazioni di lavoro, tempo libero, consumo e risparmio, non sono unicamente determinate dalle risorse disponibili degli individui, dalla tecnologia del processo produttivo e dalle preferenze del consumatore, permettendo una molteplicità di equilibri (molti vicini l'uno con l'altro).

In questi modelli, anche chiamati *sunspot models*, l'indeterminatezza, (così come quella derivata dalla presenza di mercati non concorrenziali) comporta che le fluttuazioni cicliche possono essere generate anche da fenomeni non "fondamentali" quali quelli relativi alla percezione o alle attese degli operatori (*animal spirits*), con conseguenze rilevanti sul mercato del lavoro che ora si configura con un equilibrio del tutto particolare rispetto a quello definito dalla teoria classica. Anche in presenza di aspettative razionali, per ogni stock iniziale di capitale possono esserci diversi sentieri di equilibrio ognuno dei quali è coerente con la convergenza ad un unico equilibrio di steady state. Le fonti delle fluttuazioni non si riducono soltanto a shock esogeni di produttività, tassazione o di spesa pubblica (Christiano e Eichenbaum 1992 per un esempio di questi ultimi), come nel modello canonico di RBC o negli sviluppi analizzati nella sezione precedente, ma opinioni e aspettative degli agenti che con i loro comportamenti definiscono il modello possono avere un ruolo rilevante per generare fluttuazioni economiche.

In particolare, Benhabib e Farmer nella loro ricerca, mostrano come i modelli standard di RBC in assenza di incertezza possono essere descritti come un sistema dinamico a due dimensioni intorno ad uno stato stazionario caratterizzato da un *saddle point*, mentre in presenza di tecnologia con rendimenti di scala crescenti, il modello subisce un interessante cambiamento con la definizione di un steady state indeterminato, cioè un *sink*.³³ Il modello può essere rappresentato con le tradizionali restrizioni sulle funzioni chiave di produzione

$$y^f(s_t) = \alpha [n^f(s_t)]^\alpha [k^f(s_t)]^{1-\alpha}$$

e utilità:

$$u(c(s_t), 1 - n(s_t)) = \log c(s_t) + \frac{[n(s_t)]^\alpha}{\alpha}$$

Si noti che la funzione di produzione ha la stessa struttura di una Cobb-Douglas, mentre nella funzione di utilità, abbiamo direttamente il fattore lavoro invece del tempo libero.

³³Un'esposizione introduttiva di queste soluzioni di stato stazionario è quella di Farmer (1993).

L'impianto è quindi quello tradizionale del ciclo reale, tuttavia, ora l'assunzione di rendimenti di scala crescenti implica che $\alpha + \beta > 1$.

Se i rendimenti di scala crescenti sono particolarmente forti, dalle condizioni di primo ordine si può ricavare una curva di domanda di lavoro che può risultare inclinata positivamente e con pendenza $\beta > 1$ superiore a quella della curva di offerta di lavoro, uguale a β . Questa modifica, con la condizione $\beta > 1$, è sufficiente a produrre un *sink* (con radici reali o complesse). Possiamo rappresentare graficamente questo caso:

Figura 5: Mercato del Lavoro con Indeterminacy

In questa situazione, come mostra la Figura 5, un aumento dello stock di capitale produce una riduzione di ore lavorate e del salario reale: una situazione opposta a quella che si verificherebbe nei modelli di ciclo reale in presenza di rendimenti di scala costanti. Tuttavia, in questi modelli la traiettoria di equilibrio è caratterizzata da un consumo che cresce con il capitale, provocando un aumento dei salari e dell'occupazione. Queste fluttuazioni possono essere generate, quindi, non soltanto da shock di produttività ma anche da opinioni e aspettative degli agenti che si autorealizzano (*self-fulfilling belief*).

Per capire come l'inclinazione della curva di domanda di lavoro sia in relazione con la realizzazione delle opinioni e/o delle attese che si formano gli agenti sulle prospettive future, è opportuno riconsiderare la logica del modello di ciclo reale. Come si è notato nelle Sezioni 3 e 4, in questi modelli, la domanda di lavoro è determinata dallo stock di capitale e dallo shock di produttività (le innovazioni tecnologiche), mentre l'offerta di lavoro è definita dal livello del consumo e dagli shock sulle preferenze del consumatore. Dati gli *shock* su tecnologia e preferenze, e dato lo stock di capitale, il modello RBC definisce in maniera univoca il livello di occupazione e, quindi, degli altri aggregati dell'economia (output, investimenti ecc.).

Anche il modello possa mostrare indeterminatezza, è necessario quindi che non ci sia una posizione definita dell'offerta di lavoro, e, quindi, una posizione definita del livello di consumo. Se gli agenti, per qualsiasi motivo, maturano considerazioni positive o negative sull'evoluzione dell'economia o, più in generale, formulano prospettive pessimistiche o ottimistiche sulla performance dell'economia, essi saranno più propensi a variare il consumo, spendendo più o meno a seconda dell'umore o delle opinioni maturate. Una considerazione cruciale in quanto le decisioni sul consumo implicano delle variazioni relative dell'offerta di lavoro. Queste variazioni conducono, a seconda degli umori positivi o negativi degli agenti, a influenzare il fattore lavoro, il prodotto e l'investimento in maniera tale da essere coerente con le attese (pessimistiche o ottimistiche che siano).

Si consideri una domanda di lavoro classica, caratterizzata da un'inclinazione negativa, usata nei modelli di ciclo reale presentati nelle Sezioni 3 e 4. Una visione ottimistica dell'evoluzione dell'attività economica futura porterà gli agenti a consumare di più, e ciò porterà la loro curva di offerta di lavoro a spostarsi verso sinistra riducendo il lavoro corrente. Questa riduzione

del lavoro, a sua volta, conduce ad un ridimensionamento degli investimenti e dell'output e, quindi, ad una contrazione dello stock di capitale del periodo successivo (futuro) come pure dei valori futuri del reddito, dell'occupazione, dell'output e di tutte le altre variabili aggregate. In altri termini si ottiene una soluzione chiaramente inconsistente con le attese ottimistiche degli agenti; i suoi effetti non ratificano certamente le attese positive che hanno condotto ad un aumento dei consumi.

Le attese possono essere considerate *self-fulfilling*, se la curva di domanda di lavoro è inclinata positivamente e presenta una pendenza maggiore di quella dell'offerta di lavoro (quindi con forti rendimenti crescenti). In questo caso, aspettative ottimistiche sull'economia porteranno ad aumentare il consumo e, spostando la curva di offerta di lavoro verso sinistra, condurranno ad un aumento dell'occupazione e del prodotto. A sua volta, l'aumento dell'output corrente condurrà ad un aumento dello stock di capitale nel periodo successivo, comportando anche una riduzione del tasso di interesse. Questa soluzione è consistente con le opinioni positive che hanno indotto ad un aumento del consumo, le attese sono *self-fulfilling*. Tali sviluppi determinano un notevole arricchimento dei modelli e delle tecniche utilizzate per risolverli e delle caratterizzazioni di equilibrio a cui far ricorso nonché una serie di analisi critiche (Aiyagari 1995, tra gli altri). Ad esempio, per rimanere al modello di indeterminatezza ora descritto e rappresentato dalla Figura 5, esso richiede rendimenti crescenti particolarmente forti, difficilmente riscontrati nelle analisi empiriche. Tuttavia sono numerosi gli sviluppi recenti che indicano nuove fonti di indeterminatezza generate dal mercato del lavoro (si veda ad esempio Perli 1998 e i lavori citati in Benhabib e Farmer, 1999).

5.2 L'Impresa Intertemporale

Come accennato, le soluzioni presentate nella Sezione 3 sono ottenute utilizzando un modello decentralizzato di crescita stocastica formulato da Brock, Prescott e Mehra agli inizi degli anni '80.

Lo schema ipotizza che le imprese abbiano vita uniperiodale. Questa assunzione, per quanto molto comune, è particolarmente forte in quanto prevede che in ogni periodo l'impresa inizi nuovamente la sua attività. Una tale struttura non permette alla imprese di estendere la loro attività intertemporalmente; ad esempio queste ultime non possono stipulare contratti pluriennali, e non hanno la possibilità di emettere azioni e indebitarsi. Aspetti che, in presenza di rigidità del mercato del lavoro e particolari caratteristiche istituzionali, come nei modelli sopra riportati, rendono ancora più stringente tale assunzione.

Tra gli sviluppi naturali del modello base e delle varie versioni presentate nelle pagine precedenti, la trasformazione delle imprese da agenti con vita uniperiodale ad agenti economici la cui attività si estende nel corso del tempo appare piuttosto promettente. Un ulteriore interessante sviluppo potrebbe riguardare la interazione strategica tra imprese, sempre in un contesto di equilibrio economico generale dinamico.

Di seguito, seguendo Danthine e Donaldson (2001), presentiamo una delle diverse rielaborazioni dello schema di decentralizzazione che consente di estendere in maniera intertemporale l'attività delle imprese. Precisamente, gli autori ipotizzano che le imprese abbiano, al pari dei consumatori, vita infinita ed emettano in ogni periodo *Arrow Debreu securities*.³⁴ L'ipotesi di emettere titoli da parte delle imprese è certamente preferibile all'assunzione che il consumatore definisca tutto il suo risparmio in termini di capitale fisico e rende immediatamente necessario la formulazione dei piani dell'impresa in termini dinamici. Di seguito presentiamo sinteticamente la struttura del modello.

5.2.1 Le Imprese

Supponiamo, come in Prescott e Mehra (1980), che esistano F imprese, distribuite uniformemente sull'intervallo unitario. Assumiamo che le imprese abbiano vita infinita e che massimizzino non più i profitti istantanei, ma il valore attuale scontato delle imprese stesse, definito come il valore attuale (PDV *present discounted value*) del valore delle azioni emesse nel futuro:

$$V(s_0) = \max_{i^f(s_t), n^f(s_t)} q_0(s_0) z^f(s_0) + \sum_{t=0} \sum_{s_{t+j}} q_t(s_{t+j}) z^f(s_{t+j})$$

Nel problema ora definito per l'impresa, $q \times z$ al tempo $t + 1$, rappresenta il valore che assumono le azioni emesse al tempo t nel periodo $t + 1$, come prodotto della quantità dello *state contingent claim* (z) per il suo prezzo (q). In altri termini titoli con diritti particolari subordinati al verificarsi di diversi determinati stati (eventi contingenti). Gli stati dell'economia (le variabili di stato) sono definiti nella maniera usuale, dallo stock di capitale e dagli shock di tecnologia. Quest'ultimo è definito come in precedenza come un processo esogeno stazionario stocastico. L'impresa emette questi titoli per poter e attuare le sue operazioni di domanda di investimento e di domanda di lavoro, con lo scopo di massimizzare il valore di tali titoli. Quest'ultimi riflettono, quindi, i ricavi meno i costi relativi dei prezzi degli input impiegati.

Il problema di ottimo è soggetto al processo di accumulazione del capitale,

$$k^f(s_{t+j+1}) = (1 - \delta) k^f(s_{t+j}) + x^f(s_{t+j})$$

ed ad un vincolo di finanziamento per le imprese: le azioni emesse, $z^f(s_{t+j})$, non possono eccedere la differenza tra ricavi e costi (relativi al fattore lavoro, $w(s_{t+j}) n^f(s_{t+j})$, ed al capitale $x^f(s_{t+j})$):

³⁴E' importante notare che in questo caso le imprese possono emettere un numero infinito di *state claims*. É possibile però mostrare come i mercati finanziari possono essere resi completi e, oltretutto, possano essere non soggetti a partecipazione ristretta (si veda ad esempio Polemarkakis e Siconolfi, 1997) anche nel caso in cui le imprese emettano un solo tipo di titolo rischioso.

$$z^f(s_{t+j}) = f\left(k^f(s_{t+j}), n^f(s_{t+j})\right) - w(s_{t+j})n^f(s_{t+j}) - x^f(s_{t+j})$$

É interessante sottolineare, inoltre, come in questo caso l'investimento in capitale fisico sia effettuato direttamente dalle imprese (come avviene nella realtà) e non dai consumatori (come si ipotizza nello schema di decentralizzazione tradizionale). Come é facile intuire, il problema ha una struttura ricorsiva, le cui variabili di controllo sono $x^f(s_{t+j})$ e $n^f(s_{t+j})$. Risolvendo il problema si ottiene una *pricing equation* per il prezzo delle azioni, il cui *pricing kernel* é rappresentato dal tradizionale fattore di sconto stocastico espresso come rapporto tra l'utilità marginale del consumo nei diversi periodi (Lucas, 1978).

5.2.2 I Consumatori

La struttura dei consumatori non si differenzia particolarmente da quelle presentate nelle Sezioni 3 e 4. Ovviamente cambiano le variabili di controllo: precisamente, il consumatore di Mehra e Prescott sceglie il consumo, l'offerta di lavoro ed il flusso di investimento al tempo t , mentre il consumatore di Danthine e Donaldson (2001) sceglie consumo, lavoro e le *Arrow-Debreu securities* in cui investire.

Precisamente, i consumatori massimizzano il seguente valore atteso,

$$V(z(s_{t+j}), Z(s_{t+j}), s_t) = \max_{n(s_t), z_{t+1}(s_{t+j})} E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c(s_t), 1 - n(s_t))$$

soggetto al vincolo di bilancio intertemporale:

$$c(s_t) + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s_{t+j}} z_{t+j+1}(s_{t+j}) q_t(s_{t+j}) - \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s_{t+j}} q_t(s_{t+j}) z_{t+j}(s_{t+j}) + z_t(s_t) + w(s_t)n(s_t)$$

Il membro di sinistra rappresenta la spesa dei consumatori, composta dal consumo in t , e dalla domanda di *state claims*. Precisamente, $q_t(s_{t+j})$ rappresenta il prezzo, al tempo t , delle *Arrow-Debreu securities* emesse dalle imprese che pagano nello stato s_{t+j} , mentre $z_{t+j+1}(s_{t+j})$ rappresenta la domanda dei titoli (azioni).

Il membro di destra rappresenta invece le entrate del consumatore. Sono composte dal valore del portafoglio titoli posseduti al tempo corrente, $\sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s_{t+j}} q_t(s_{t+j}) z_{t+j}(s_{t+j})$, dalla *Arrow-Debreu security* pagata nello stato corrente, $z_t(s_t)$ (il cui prezzo é normalizzato a 1) ed infine dal salario, $w(s_t)n(s_t)$.

Data la specificazione delle funzioni di utilità e di profitto, le condizioni di primo ordine sono facilmente ricavabili. Tali condizioni, insieme a quelle usuali di market clearing, permettono

di definire un equilibrio decentralizzato per questa economia, dove la funzione dei salari e le funzioni dei prezzi dei titoli devono soddisfare tutte le condizioni di primo ordine per ogni stato considerato.

E' interessante notare come in questo caso il canale di finanziamento delle imprese viene esplicitato con grande chiarezza, o rendo inoltre interessanti sviluppi sia dal punto di vista teorico che da quello empirico. Questa struttura permette di poter analizzare aspetti che interessano l'interazione intertemporale delle imprese, quali ad esempio la stipula di contratti di durata multiperiodale, o la possibilità di emettere debito. Caratteristiche che certamente avvicinano l'economia artificiale alla struttura reale dei comportamenti e che potrebbero risultare particolarmente utili nello specificare le economie Europee in presenza di rigidità di varia natura.

6 Conclusioni

Questo lavoro ripercorre la struttura standard ed alcuni sviluppi recenti del modello dinamico di equilibrio generale. Uno schema di analisi, composto da un particolare *environment* economico e da una relativa definizione di equilibrio, che nella sua formulazione base, definita dai lavori di Brock (1982) e Prescott e Mehra (1980), decentralizza la formulazione del *central planning model* utilizzato per caratterizzare le economie di mercato con allocazioni Pareto ottimali. Il modello stocastico di crescita con un unico bene costituisce un valido schema macroeconomico, utilizzato per l'analisi del ciclo e capace di incorporare una serie di elementi non-Walrasiani. La letteratura sulla base di tale *framework*, ha costruito economie artificiali con cui risolvere esperimenti computazionali adatti a fornire risposte quantitative a domande di natura diversa ben formulate.

Il lavoro riporta i risultati raggiunti, in termini di capacità di riprodurre le fluttuazioni aggregate dell'economia e di risolvere alcuni *puzzles* relativi, con diverse economie artificiali calibrate per l'Italia. I lavori passati in rassegna si contraddistinguono per l'introduzione di alcuni aspetti rilevanti per il mercato del lavoro, e per alcune caratteristiche istituzionali dell'economia italiana che rendono lo schema economico non competitivo e Pareto migliorabile. Infine, una rassegna di alcuni filoni di ricerca recenti, particolarmente promettenti per gli sviluppi ricordati del modello dinamico di equilibrio economico generale, sia sul piano teorico che su quello empirico, conclude il lavoro.

References

- [1]Aiyagari S.R. (1995), The Econometrics of Indeterminacy: An Applied Study. A Comment, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 43, 273-84.
- [2]Debreu G. (1954), Valuation Equilibrium and Pareto Optimum, *Proceeding of the National Academy of Science*, 40, 588-592.

- [3]Baxter M,- Crucini M, - Rouwenhorst K. G. (1990), Solving the Stochastic Growth Model by a Discrete State-Space, Euler Equation Approach, *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 19 -22
- [4]Benhabib J. e Farmer R.E.A. (1994), Indeterminacy and Increasing Returns, *Journal of Economic Theory*, 63, 19-46.
- [5]Benhabib J. e Farmer R.E.A. (1996), Indeterminacy and Sector-Specific Externalities, *Journal of Monetary Economics*, 37, 421-43.
- [6]Benhabib J., Rogerson R. and Wright R. (1991), Homework in Macroeconomics: Household Production and Aggregate Fluctuations, *Journal of Political Economy*, 99, 1166-1187.
- [7]Blanchard O.J. e Kahn C.M. (1980), The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations, *Econometrica*, 48, 1305-11.
- [8]Booth A.L. (1995), *The Economics of the Trade Union*, Cambridge University Press: Cambridge.
- [9]Braun R.A. (1994), Tax Disturbances and Real Economic Activity in the Postwar United States, *Journal of Monetary Economics*, 33, 441-62.
- [10]Brock W.A. (1982), Asset Prices in a Production Economy, in J.J. McCall (ed.), *The Economics of Information and Uncertainty*: Chicago: University of Chicago Press.
- [11]Burnside C.- Eichenbaum M.- Rebelo S. (1995), Capital Utilization and Returns of Scale, *Rochester Center for Economic Research, Working Paper* n.402.
- [12]Busato - Chiarini (2001), Two Cycle Stochastic Growth Model: Underground Economy, Investment Volatility and Taxation, *SSRN Working Paper*
http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_it=287176.
- [13]Campbell J.-Y. (1994), Inspecting the mechanism, *Journal of Monetary Economics*, 33, 463-506.
- [14]Canova F. (1995), Sensitivity Analysis and Model Evaluation in a Simulated Dynamic General Equilibrium Economies, *International Economic Review*, 36, 477 - 501.
- [15]Canova F. and Ortega E. (1999), Testing Calibrated General Equilibrium Models, in R. Mariano, T Schureman, and M. Weeks in *Inference Using Calibration Techniques*, Cambridge University Press (eds.).
- [16]Canova F. (1994), Calibration: a Now Method for Statistical Inference? in *Ricerche Quantitative per la Politica Economica*, SADIBA, 613-641.
- [17]Censolo R.- Onofri P. (1993), Un'Ipotesi di "Real Business Cycle" per l'Economia Italiana, *Politica Economica*, IX, 285-324.
- [18]Chiarini B. - P. Piselli, (2000a), Aggregate Fluctuation in a Unionized Labor Market, *Working Paper 2, University of Naples Istituto Universitario Navale*,
<http://economia.uninav.it/ise/wp.htm>.
- [19]Chiarini B. - Piselli P. (2000b), Un'Interpretazione del Residuo di Solow per l'Economia Italiana, *Rivista di Politica Economica*, XC, 323-51.
- [20]Cho J.-O.-Cooley T.F. (1995), The Business Cycle with Nominal Contracts, *Economic Theory*, 6, 13-33.

- [21]Cho J.-O.- Cooley T.F. (1994), Employment and Hours over the Business Cycle, *Journal of Economics, Dynamics and Control*, 18, 411-432.
- [22]Cho J.-O.- Rogerson R. (1988), Family Labor Supply and Aggregate Fluctuations, *Journal of Monetary Economics*, 21, p. 233-245.
- [23]Christiano L.- Eichenbaum M. (1992), Current Real Business Cycle Theory and Aggregate Labor Market Fluctuations, *American Economic Review*, vol.82, 430-50.
- [24]Cooley T.F. (1997), Calibrated Models, *Oxford Review of Economic Policy*, 13, 55-69.
- [25]Cooley T. F. (1995) (ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*, Princeton University Press: Princeton.
- [26]Cooley T.F. - Hansen G.D. (1989), The Inflation Tax in a Real Business Cycle Model, *American Economic Review*, 79, 733-48.
- [27]Danthine J-P. - Donaldson J.B. (1990), Efficiency Wages and the Business Cycle Puzzle, *European Economic Review*, 34, 1275-1301.
- [28]Danthine J-P. - Donaldson J.B. (1993), Methodological and Empirical Issues in real Business Cycle Theory, *European Economic Review*, 37, 1-35.
- [29]Danthine J-P.- Donaldson J.B. (1995), Computing Equilibria of Nonoptimal Economies in T. Cooley (ed.) *Frontiers of Business Cycle Research*, Princeton University Press.
- [30]Danthine J-P. - Donaldson J.B. (2001), Decentralizing the Stochastic Growth Model, mimeo, october, Columbia University NY.
- [31]Debreu G. (1954), Valuation Equilibrium and Pareto Optimum, *Proceedings of the National Academy of Science*, 40, 588-92.
- [32]Favero C.A. - Mazzoli M. (2001), Calibration, in C.A. Favero (2001), *Applied Macroeconometrics*, Oxford University Press: Oxford.
- [33]Farmer R.E.A. (1993), *Macroeconomics of Self-Fulfilling Prophecies*, Cambridge Mass: The MIT Press.
- [34]Farmer R.E.A. - Guo J.T. (1994), Real Business Cycles and the Animal Spirits Hypothesis, *Journal of Economic Theory*, 63, 42-73.
- [35]Farmer R.E.A. - Woodford M. (1997), Self-fulfilling Prophecies and the Business Cycle, *Macroeconomic Dynamics*, 1, 740-69.
- [36]Feige E.L. (1989)(ed.), *The Underground Economies. Tax Evasion and Information Distortion*, Cambridge University Press; Cambridge.
- [37]Fiorito R. - Kollintzas (1994), Stylized Facts of Business Cycles in the G7 from a Real Business Cycles Perspective, *European Economic Review*, 38, 235-269.
- [38]Judd K.L.(1998), *Numerical Methods in Economics*, Cambridge Mass: The MIT Press.
- [39]Kydland F.E. (1995), Business Cycles and Aggregate Labor Market Fluctuations, in T. Cooley (ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*, Princeton University Press: Princeton.
- [40]Kydland F.E. - Prescott E.C. (1982), Time to Build and Aggregate Fluctuations, *Econometrica*, 50, 1345-70.
- [41]Kydland F.E. - Prescott E.C. (1991), Hours and Employment Variation in Business Cycle Theory, *Economic Theory*, 1, 63-81.

- [42]Kydland F.E. - Prescott E.C. (1996), The Computational Experiment: An Econometric Tool, *Journal of Economic Perspectives*, 10, 69-85.
- [43]Kidd D.P.-Oswald A.J.(1987), A Dynamic Model of Trade Union Behaviour, *Economica*, 55, pp. 355-365.
- [44]King R.G.-Plosser C.I.-Rebelo S.T.(1988a), Production, Growth and Business Cycles: I. The basic Neoclassical Model, *Journal of Monetary Economics*, 21, 195-232.
- [45]King R.G.-Plosser C.I.-Rebelo S.T.(1988b), Production, Growth and Business Cycles: II. New Directions, *Journal of Monetary Economics*, 21, 309-342.
- [46]King R.G. - Rebelo S.T. (1999), Resuscitating Real Business Cycles, in J.B. Taylor e Woodford (eds.), *Handbook of Macroeconomics*, V.1, Elsevier Science C.V.
- [47]Hansen G. D. - Heckman J. J. (1996) The Empirical Foundations of Calibration, *Journal of Economic Perspectives*, 10, 87 - 104.
- [48]Henin P.-Y. (1995)(Ed.), *Advances in Business Cycle Research*, Berlin: Springer.
- [49]Hall R.E. (1986), Market Structure and Macroeconomic Fluctuations, *Brookings Papers on Economic Activity*, 86, 285-338.
- [50]Hall R. E. (1990), Invariance Properties of Solow's Productivity Residual, in Diamond P.(ed.), *Growth, Productivity, Unemployment*, Cambridge Mass: MIT Press.
- [51]Hansen G.D. (1985), Indivisible Labor and Business Cycle, *Journal of Monetary Economics*, 16, 309-28.
- [52]Hansen G.D. - Wright R. (1992), The Labor Market in Real Business Cycle Theory, *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 2-12.
- [53]Hansen G.D. - Prescott E. (1993), Did Technology Shocks Cause the 1990-1991 Recession?, *American Economic Review*, 83, 280-86.
- [54]Hansen G.D.- Prescott E. (1995), Recursive Methods for Computing Equilibria of Business Cycle Models, in T. Cooley (ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*, Princeton University Press: Princeton.
- [55]Harris M. (1987), *Dynamic Economic Analysis*, Oxford: Oxford University Press.
- [56]Hartley J.E.- Hoover K.D. - Salyer K.D. (1998) (eds.), *Real Business Cycles. A Reader*, Routledge: New York.
- [57]Hodrick R.J. - Prescott E.C. (1997), Postwar US Business Cycles: An Empirical Investigation, *Journal of Money, Credit and Banking*, 29, 1-16.
- [58]Long J.B. Jr. - Plosser C.I. (1983), Real Business Cycles, *Journal of Political Economy*, 91, 39-69.
- [59]Ljungqvist L. - Sargent T.J. (2000), *Recursive Macroeconomic Theory*, Cambridge Mass: The MIT Press.
- [60]Lucas R.E.Jr. (1978), Asset Prices in an Exchange Economy, *Econometrica*, 46, 1426-46.
- [61]Lucas R.E.Jr - Rapping L., Unemployment in the Great Depression: Is There a Full Explanation?, *Journal of Political Economy*, 80, 89-122.
- [62]Mazzoli M. (2000), Non-Walrasian Labor Markets and Real Business Cycles, Università Bocconi, mimeo, <http://econpapers.hhs.se/HoPEC>

- [63]Marimon R - Scott A. (1999) (eds) *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies*, Oxford University Press: Oxford.
- [64]McGrattan E.R. (1994), The Macroeconomic Effects of Distortionary Taxation, *Journal of Monetary Economics*, 33, 559-71.
- [65]McGrattan E.R.- Rogerson R.-Wright R. (1997), An Equilibrium Model of the Business Cycle with Household Production and Fiscal Policy, *International Economic Review*, 38, 267-90.
- [66]Otto G. (1999), The Solow Residual for Australia: Technology Shocks or Factor Utilization?, *Economic Inquiry*, n.1, 136-53.
- [67]Parente S.L. (1995), A Model of Technology Adoption and Growth, *Economic Theory*, 6, 405-20.
- [68]Parente S.L. - Prescott E.C. (1994), Barriers to Technology Adoption and Development, *Journal of Political Economy*, 102, 298-321.
- [69]Perli R. (1998), Indeterminacy, Home Production, and the Business Cycle: A Calibrated Analysis, *Journal of Monetary Economics*, 41, 105-25.
- [70]F. Navill - V. Ramey (2002), Is the Technological Driven Business Cycle Hypothesis Dead?, *NBER Working Paper*, 8726
- [71]Polemarchakis H. M. - Siconolfi P. (1997), Generic Existence of Competitive Equilibria with Restricted Participation, *Journal of Mathematical Economics*, vol 28, pp 289-311.
- [72]Prescott E.C. (1986), Theory Ahead of Business Cycle Measurement, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 25, 11-44.
- [73]Prescott E.C. (1998), Business Cycle Research: Methods and Problems, *Working Paper n. 590*, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- [74]Prescott E.C. - Mehra R. (1980), Recursive Competitive Equilibrium: The Case of Homogeneous Households, *Econometrica*, 48, 1365-79.
- [75]Rogerson A.L. (1984), Topics in the Theory of Labor Markets, *Ph.D Thesis*, University of Minnesota.
- [76]Rogerson A.L. (1988), Indivisible Labor, Lotteries and Equilibrium, *Journal of Monetary Economics*, 21, 3-16.
- [77]Sargent T.J. (1987), *Dynamic Macroeconomic Theory*, Cambridge Mass: Harvard University Press.
- [78]Schneider F. - Enste D. (2000), Shadow Economies: Size, Causes, and Consequences, *Journal of Economic Literature*, XXXVIII, 77-114.
- [79]Solow R.M. (1957), Technical Change and the Aggregate Production Function, *Review of Economics and Statistics*, 39, 312-20.
- [80]Stadler G.W. (1994), Real Business Cycle, *Journal of Economics Literature*, XXXII, 1750-1783.
- [81]Stokey N.L. - Lucas R.E.Jr (1989), *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Cambridge, Mass: Harvard University Press.
- [82]Tauchen G. (1990) Solving the Stochastic Growth Model by Solving Quadrature methods,

- and Value-Function Iterations, *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 49 -52.
- [83] Tauchen G. - Hussey R. (1991) Quadrature based methods for Obtaining Approximated Solutions to Non-Linear Asset Pricing Models, *Econometrica*, 59, 371-396.
- [84] Thomas J.J. (1992), *Informal Economic Activity*, LSE Handbooks in Economics, Harvester Wheatsheaf; London.
- [85] Thomas J.J. (1999), Quantifying the Black Economy: 'Measurement without Theory' Yet Again?, *Economic Journal*, 109, 381-89.
- [86] Uhlig H. (1999), A Toolkit for Analysing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily, in Marimon R and Scott A. (eds) *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies*, Oxford University Press: Oxford.

Figura 1 Residuo di Solow

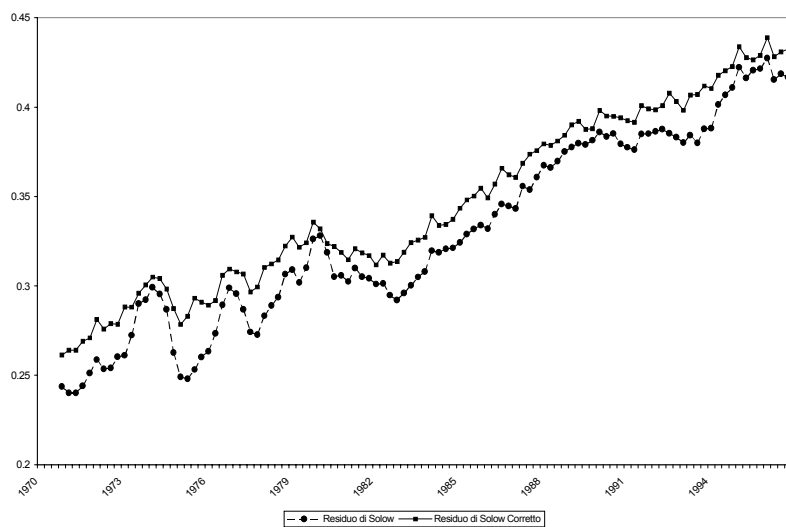


Figura 2 Residuo di Solow Corretto (filtro H-P)

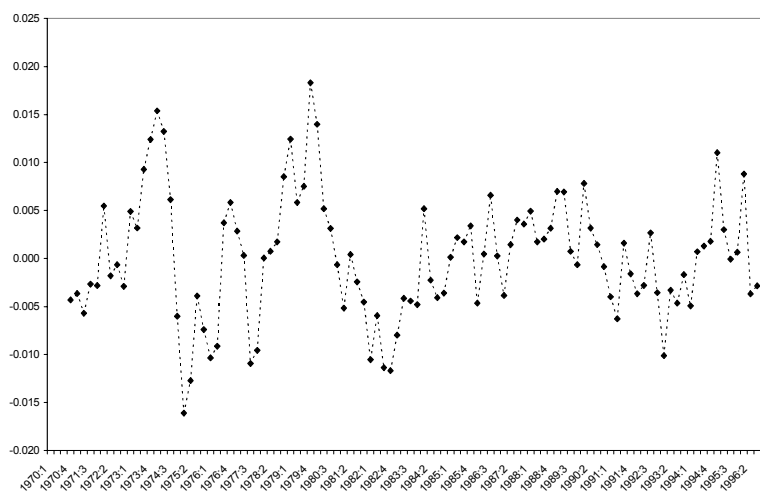


Figura 3 Il Mercato del Lavoro nel Modello Base

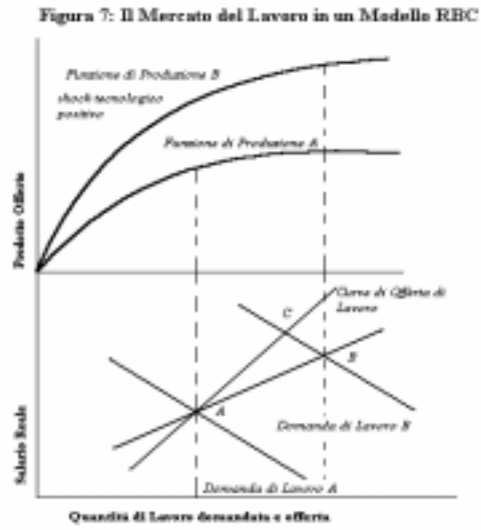


Figura 4 Il Mercato del Lavoro con Economia Sommersa

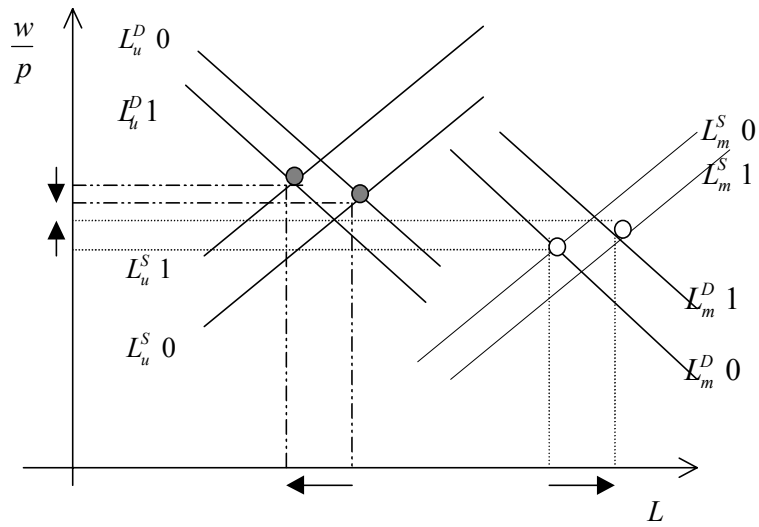


Figura 5 Il Mercato del Lavoro con Indeterminacy

Figura 3: Modello di Benhabib-Farmer

